



The problem of assessing Thomas Harriot's *A briefe and true report* of his discoveries in North America

B.J. Sokol

To cite this article: B.J. Sokol (1994) The problem of assessing Thomas Harriot's *A briefe and true report* of his discoveries in North America, *Annals of Science*, 51:1, 1-16, DOI: [10.1080/00033799400200101](https://doi.org/10.1080/00033799400200101)

To link to this article: <https://doi.org/10.1080/00033799400200101>



Published online: 23 Aug 2006.



Submit your article to this journal [↗](#)



Article views: 191



Citing articles: 3 View citing articles [↗](#)

C. G. J. Jacobis Vermächtnis einer ‘konventionalen’ analytischen Mechanik: Vorgeschichte, Nachschriften und Inhalt seiner letzten Mechanik-Vorlesung

HELMUT PULTE

Institut für Philosophie der Ruhr-Universität Bochum,
Universitätsstraße 150, D-44780 Bochum

Received 1 February 1993

Summary

In the history of mathematics and natural philosophy Jacobi's contribution to theoretical mechanics is known as a part of the higher calculus in the tradition of Lagrange: accepted as mathematically important, it was denied to have any substantial physical or philosophical relevance. His last lectures on analytical mechanics, given in 1847–1848, three years before his death, and not yet published, show this view to be no longer tenable. These lectures are the most detailed and genuine source on Jacobi's views concerning the foundations of mechanics. In particular, his criticism of the principles of mechanics is unprecedented for its time and anticipates some of Poincaré's views, published about fifty years later. The prehistory of Jacobi's *Analytical Mechanics*, a description of its content in general and an outline of his criticism, are presented in this paper.

Inhalt

1. Einleitung	497
2. Entstehung und Inhalt der <i>Analytischen Mechanik</i> von 1847/1848.....	501
2.1. Nachschriften: Eine Notiz zu Ort und Weg	501
2.2. Vorgeschichte: Historisierung und Physikalisation	502
2.3. Inhalt: Ein vergleichender Überblick	505
3. Kritik der Prinzipien der Mechanik bei Jacobi.....	508
3.1. Rückblick: Prinzipien der Mechanik in der Mathematik des frühen 19. Jahrhunderts	508
3.2. Das Ende der Sicherheit: Prinzipien als ‘Conventionen’	510
3.3. Vergleich: Konventionen bei Jacobi und Poincaré.....	514
4. Schluß	516

1. Einleitung

Carl Gustav Jakob Jacobi (1804–1851)¹ gilt nach C. F. Gauß und neben P. G. Lejeune Dirichlet als der wohl wichtigste deutsche Mathematiker der ersten Hälfte des 19. Jahrhunderts. Nach seinem Studium in Berlin wirkte er fast 18 Jahre lang an der Universität Königsberg, wo er zusammen mit Franz Ernst Neumann das Königsberger mathematisch-physikalische Seminar gründete, aus dem eine Reihe der wichtigsten deutschen Mathematiker und theoretischen Physiker des vergangenen Jahrhunderts hervorgingen. Als Jacobi 1844 an die Berliner Akademie berufen wurde, verabschiedete

¹ Die Standardbiographie zu Jacobi ist immer noch Leo Koenigsberger, *Carl Gustav Jacob Jacobi* (Leipzig, 1904); zur Ergänzung, s. Wilhelm Ahrens, ‘Ein Beitrag zur Biographie C. G. J. Jacobis’, *Bibliotheca Mathematica*, (3) 7 (1906/1907), 157–192. Nach wie vor nützlich ist auch Johann P. G. Lejeune Dirichlet, ‘Gedächtnisrede auf Carl Gustav Jacob Jacobi’, *C. G. J. Jacobis's Gesammelte Werke*, Bd. 1 (Hg. von C. W. Borchardt; Berlin, 1881), 3–28. Wichtige Informationen zu Jacobis Berliner Zeit findet man in Herbert Pieper, ‘Jacobi in Berlin’, *Berliner Wissenschaftshistorische Kolloquien*, 7 (1982), 1–35.

ihn der Astronom Wilhelm Bessel mit folgender Bemerkung über seine zahlreichen Arbeiten zur Analysis, Zahlentheorie, Geometrie und Mechanik: 'Wer eine dieser Abhandlungen studierte, ohne die anderen zu kennen, der würde schwören, daß der Gegenstand der einen der letzte Zweck aller Ihrer Anstrengungen wäre.'²

Wenn Jacobi von seinen Schülern emphatisch als 'der Euler des 19. Jahrhunderts'³ apostrophiert wurde, kann dies als Ausdruck der Bewunderung für seine Produktivität und Vielseitigkeit verstanden werden. Gleichzeitig kommt darin jedoch die große (und allgemein bekannte) Bewunderung Jacobis für Euler zum Ausdruck.⁴ Tatsächlich waren es Eulers mathematische Hauptwerke und daneben die Arbeiten Lagranges und Laplaces, durch die der junge Jacobi die höhere Mathematik, im wesentlichen autodidaktisch, kennenlernte.⁵

Dies trifft zunächst auch auf die Analytische Mechanik zu. Jacobis veröffentlichte Arbeiten zu diesem Gebiet sind dabei besonders stark vom Stil Lagranges *Mécanique Analytique* (1788) geprägt: Lagranges Programm war es, der Analysis in seiner Theorie der Potenzreihen eine sichere algebraische Grundlage zu geben und, hierauf aufbauend, die 'Mechanik zu einem neuen Zweig der Analysis zu machen.'⁶ Dieser rigorose Mathematisierungsanspruch ging bei Lagrange mit einem Verzicht auf explizite Definitionen von und wissenschaftstheoretischen Reflexionen über die fundamentalen Konzeptionen der Mechanik (wie Raum, Zeit, Materie, Kraft) einher. Sein Ziel war es nicht, die Mechanik naturphilosophisch möglichst 'klar und deutlich' zu begründen, sondern ihre mathematische Struktur von einem einheitlichen Gesichtspunkt aus darzustellen. Hierin liegt ein wesentlicher Unterschied der *Mécanique Analytique* gegenüber den großen früheren Entwürfen der neuzeitlichen Mechanik von Galilei über Newton bis hin zu Lagranges unmittelbaren Vorläufern Euler und d'Alembert.⁷

In diesem kaum beachteten Wandel des Wissenschaftsverständnisses und der Präsentation rationaler Mechanik steht Jacobi zunächst in der Tradition Lagranges. Jacobi nimmt hier zwar auf dessen algebraische Grundlegung der Analysis keinen Bezug, betreibt jedoch Mechanik wie jener im wesentlichen unter analytischen Gesichtspunkten. So beginnen Jacobis Königsberger *Vorlesungen über Dynamik* aus

² Nach Koenigsberger (Anm. 1), 327.

³ S. Pieper (Anm. 1), 16.

⁴ Diese Bewunderung kommt in Jacobis intensiven (wenn auch letztlich vergeblichen) Bemühungen um eine Euler-Gesamtausgabe besonders deutlich zum Ausdruck. S. Paul Stäckel und Wilhelm Ahrens, 'Der Briefwechsel zwischen C. G. J. Jacobi und P. H. von Fuss über die Herausgabe der Werke Leonhard Eulers', *Bibliotheca Mathematica*, 8 (1907/1908), 33–306; sowie Herbert Pieper, 'Jacobis Bemühungen um die Herausgabe der Eulerschen Schriften und Briefe', *Wissenschaftliche Zeitschrift der Pädagogischen Hochschule 'Dr. Theodor Neubauer' Erfurt Mühlhausen, Mathematisch-Naturwissenschaftliche Reihe*, 20 (1984), 78–98.

⁵ 'Der ungeheure Koloß, den die Arbeiten eines Euler, Lagrange und Laplace hervorgerufen haben, erfordert die ungeheuerste Kraft und Anstrengung des Nachdenkens...', (zit. nach Koenigsberger (Anm. 1), 8). Die Vermittlung der höheren Mathematik durch die Lehrbücher Eulers und der französischen 'Klassiker' ist typisch für die Zeit und beleuchtet das niedrige Niveau der deutschen mathematischen Universitätsvorlesungen im frühen 19. Jahrhundert. Vgl. Anm. 12 zu Jacobis eigener 'Vorlesungspolitik'.

⁶ 'Ce qui aiment l'Analyse, verront avec plaisir la Mécanique eu devenir une nouvelle branche...'. Joseph Louis Lagrange, *Mécanique Analytique* (Paris, 1788), i. Zu den orthographischen Metamorphosen im Titel des Hauptwerkes von Lagrange: Georges Sarton, 'Lagranges Personality (1736–1813)', *Proceedings of the American Philosophical Society*, 88 (1944), 456–496 (474). Zu Lagranges Mechanik, insbesondere im Unterschied zu Eulers: Ivor Grattan-Guinness, *Convulsions in French Mathematics, 1800–1840*, 3. vols., (Basel/Boston/Stuttgart, 1990), insbes. I, 274–289. Zu Lagranges algebraischer Grundlegung der Analysis daneben auch Judith V. Grabiner, *The Calculus as Algebra, J.-L. Lagrange, 1736–1813* (New York/London, 1990).

⁷ Ausführlicher hierzu Helmut Pulte, *Das Prinzip der kleinsten Wirkung und die Kraftkonzeptionen der rationalen Mechanik* (Wiesbaden, 1989), 232–240.

dem Jahre 1842/1843, die bereits 1866 veröffentlicht wurden und bis heute die wichtigste Quelle zu seinen Anschauungen über die Mechanik geblieben sind, bezeichnenderweise mit einem Verweis auf Lagranges Hauptwerk:

Diese Vorlesungen werden sich mit den Vortheilen beschäftigen, welche man bei der Integration der Differentialgleichungen der Bewegung aus der besonderen Form dieser Gleichungen ziehen kann. In der *Mécanique analytique* findet man Alles, was sich auf die Aufgabe bezieht, die Differentialgleichungen aufzustellen und umzuformen, allein für ihre Integration ist sehr wenig geschehen.⁸

Jacobis *Dynamik* versteht sich im wesentlichen als eine *Integrationstheorie* der Differentialgleichungen der Mechanik und ist insofern ein Beitrag zur höheren *Analysis* in der Tradition Lagranges.

Angeregt wurden Jacobis Untersuchungen zur Integration partieller Differentialgleichungen allerdings durch W. R. Hamiltons berühmte Aufsätze zur Optik und Dynamik aus den Jahren 1833 bis 1835.⁹ Hamilton hatte mit Hilfe der von ihm eingeführten 'charakteristischen Funktion' bzw. der daraus entwickelten 'Prinzipalfunktion' *S* einen Zusammenhang zwischen Variationsrechnung und der Theorie partieller Differentialgleichungen aufgedeckt, der es erlaubte, die Lösungen der Lagrangeschen Bewegungsgleichungen für ein konservatives System von Massen durch Integration zweier partieller Differentialgleichungen von *S* zu bestimmen. Hamilton selber brachte den Zusammenhang auf den Punkt: 'Lagrange's function states, Mr. Hamilton's function would solve the problem. The one serves to form the differential equations of motion, the other would give their integrals.'¹⁰

Jacobis oben zitierte einleitende Worte zur *Dynamik* sind ein Echo dieses von Hamilton zurecht erhobenen Anspruchs: Bald nach Erscheinen hatte er nämlich Hamiltons *Essays* kennengelernt. Er vereinfachte Hamiltons Methode, indem er insbesondere zeigte, daß nur *eine* der beiden Hamiltonschen partiellen Differentialgleichungen zur Bestimmung der Lösung ausreicht, und er verallgemeinerte diese Methode zu jener Form, die heute als Hamilton-Jacobi-Theorie bekannt ist. Dirichlet zählte später diese Beiträge zur analytischen Mechanik zu 'Jacobis wichtigsten Untersuchungen.'¹¹

Jacobi (wie übrigens auch Hamilton) hat diese Beiträge nie in Form eines größeren Lehrwerkes, wie sie die französische Mathematik so zahlreich hervorbrachte, im Zusammenhang veröffentlicht. Um von ihm eine umfassende Darstellung der Analytischen Mechanik kennenzulernen, sind wir daher auf seine Vorlesungen in Königsberg und Berlin angewiesen.

⁸ Carl Gustav Jacob Jacobi, *Vorlesungen über Dynamik. Nebst fünf hinterlassenen Abhandlungen desselben* (Hg. von Alfred Clebsch; Berlin, 1866), 1. Die Paginierung der 2. Auflage (Berlin, 1884; Supplementband zu den *Werken*) weicht hiervon geringfügig ab und enthält die nachgelassenen Aufsätze nicht mehr.

⁹ Zu Hamiltons Arbeiten und ihrer Rezeption durch Jacobi, auf die wir hier nicht näher eingehen können, s. René Dugas, *A History of Mechanics* (Neuchâtel/New York, 1955), 390–408; und Thomas L. Hankins, *Sir William Rowan Hamilton* (Baltimore/London, 1980), 127–209. Jacobi interessierte sich bereits im Januar 1834 für Hamiltons Untersuchungen (s. Koenigsberger, Anm. 1, 150, 166). Seine Beurteilung der Arbeiten Hamiltons ist ambivalent; in den Handschriften Jacobis finden sich wesentlich kritischere Bemerkungen, als dies Hankins' Biographie (198) vermuten läßt.

¹⁰ William Rowan Hamilton, 'On the Application to Dynamics of a General Method Previously Applied to Optics', *British Association Report* (1834), zit. nach: *Mathematical Papers* (Hg. A. W. Conway und A. J. McConnell; Cambridge, 1940), II, 213.

¹¹ Dirichlet (Anm. 1), 20.

Seine Lehrveranstaltungen richtete Jacobi—für den deutschen Universitätsbetrieb der Zeit ein Novum—gewöhnlich an seinen jeweiligen Forschungsinteressen aus.¹² Es ist daher kein Zufall, daß er erst seit Mitte der dreißiger Jahre, nachdem er also Hamiltons Arbeiten kennengelernt hatte, größere Vorlesungen zur Analytischen Mechanik hielt.¹³ In der bisherigen Wissenschaftsgeschichtsschreibung blieb dabei völlig unbeachtet, daß es neben Jacobis Königsberger *Dynamik* (1842/1843) zwei weitere Mechanikvorlesungen gibt, von denen vollständige und sorgfältig ausgearbeitete Nachschriften erhalten sind. Dabei handelt es sich um die *Vorlesungen über die Transformation und Integration der Grundgleichungen der Dynamik* (Königsberg, Wintersemester 1837/1838) sowie die *Vorlesungen über analytische Mechanik* (Berlin, Wintersemester 1847/1848).¹⁴

Die drei Vorlesungen weichen inhaltlich erheblich voneinander ab, aber nur die *Dynamik* wurde publiziert. Das durch diese Veröffentlichung vermittelte Bild von Jacobis Anschauungen zur Mechanik ist daher einseitig und muß in gewisser Hinsicht sogar als Zufallsprodukt der Editions-geschichte angesehen werden.¹⁵

Dieser Aufsatz will einen Beitrag zur Korrektur dieses Bildes leisten. Er stützt sich vor allem auf Jacobis Berliner *Analytische Mechanik* von 1847/1848. Diese Vorlesungen können aus zwei Gründen besonderes Interesse beanspruchen: Zum einen handelt es sich hierbei um Jacobis letzte ‘Gesamtschau’ über die Mechanik. Zum anderen nimmt Jacobi hier in verschiedenen historischen und philosophischen Exkursen Stellung zur *Grundlegung* der Disziplin. Carl Neumann, der die Nachschrift kannte und

¹² S. die Chronologie der wissenschaftlichen Arbeit bei Königsberger (Anm. 1) im Vergleich mit der Auflistung der Vorlesungen Jacobis von Leopold Kronecker, auch in: C. G. J. Jacobi, *Gesammelte Werke*. 7 Bde (Hg. von Karl Weierstrass; Berlin, 1881–1891), VII, 409–412. ‘Inhaltlich aber ist das Neue, daß Jacobi seine Zuhörer auf den von ihm behandelten Gebieten in die neuesten Fragen der Wissenschaft einführt und sich dadurch weit über die Höhe der bisher in Deutschland üblichen mathematischen Vorlesungen erhob’, bemerkt hierzu Wilhelm Lorey, *Das Studium der Mathematik an den deutschen Universitäten seit Anfang des 19. Jahrhunderts* (Leipzig/Berlin, 1916), 61–62.

¹³ S. Kronecker (Anm. 12), 410–411. Zeitlich fällt Jacobis Rezeption der Arbeiten Hamiltons (fast) zusammen mit der Gründung des Königsberger mathematisch-physikalischen Seminars im Herbst 1834, wodurch die Inhalte seiner Vorlesungen zunächst ohnehin in Richtung auf mathematische Physik beeinflußt wurden.

¹⁴ Akademie-Archiv (Berlin); Jacobi-Nachlaß, Gr. III (Vorlesungsnachschriften); Ms. A8a (von Rosenhain) und Ms. A8b (Abschrift zu Ms. A8a, von fremder Hand) zur *erstgenannten* Vorlesung und Ms. B22 zur *zweitgenannten* Vorlesung (vgl. hierzu aber auch Teil 2.1).

¹⁵ Von den Jacobi-Schülern Rosenhain, Borchardt, Scheibner und F. Joachimsthal, die Nachschriften zu Jacobis Mechanikvorlesungen anfertigten (s. Anm. 14, zu Joachimsthal Anm. 19) befanden sich zum Zeitpunkt von Jacobis Tod nur noch Borchardt und Joachimsthal in Berlin. Neben Dirichlet fiel diesen beiden die Sichtung und Ordnung des Jacobi-Nachlasses zu. Joachimsthal ging 1853 von Berlin weg und Dirichlet starb 1859. Es blieb Borchardt, der in A. Clebsch (damals Karlsruhe) einen Mathematiker fand, der auch der Königsberger Schule angehörte und die Herausgabe der Werke Jacobis unterstützte (s. Königsberger, Anm. 1, 515–519). Für Borchardt lag es unter diesen Umständen nahe, Clebsch seine eigene Nachschrift zur Herausgabe einer Jacobischen Vorlesung über Analytische Mechanik zur Verfügung zu stellen, und dies war eben eine Nachschrift der *Dynamik* von 1842/1843. Clebsch war schon seit 1860 im Besitz dieser Nachschrift (s. Jacobi 1866, Anm. 8, III). Er hoffte bereits Ende 1862, ‘noch im Winter alles druckfertig machen zu können’ (Brief von Clebsch an Unbekannt vom 8.12.1862, Staatsbibliothek zu Berlin—Preussischer Kulturbesitz- Handschriftenabteilung/Haus 1); die Veröffentlichung verzögerte sich dennoch bis 1866. Die Nachschriften Rosenhains (Ms. A8a) und Scheibners (Ms. B22) hätten sich von der Sorgfalt der Ausarbeitung her eben so gut, die Nachschrift Scheibners aufgrund ihres umfassenderen Überblicks über Jacobis Anschauungen zur Mechanik (vgl. Teil 2.3) sogar *besser* zur Veröffentlichung geeignet.

intensiv studiert hat, verglich die *Analytische Mechanik* pointiert folgendermaßen mit der Königsberger *Dynamik*:

Während jene *Königsberger* Vorlesung fast ausschliesslich nur die Darlegung und Vervollkommnung der in der Mechanik anzuwendenden *analytischen Methoden* zu ihrem Gegenstande hat, zeichnet sich die genannte *Berliner* Vorlesung aus durch eine Kritik der *Fundamente der Mechanik*, wie sie in solcher Schärfe wohl bis zum heutigen Tag noch niemals zur öffentlichen Aussprache gelangt sein dürfte.¹⁶

Wir werden im zweiten Abschnitt einen Überblick über die Vorgeschichte von Jacobis letzter Mechanik-Vorlesung und die von ihr aufgefundenen Nachschriften geben, den Inhalt der gesamten Vorlesung skizzieren und kurz mit der *Dynamik* vergleichen. Im dritten Teil gehen wir auf die wohl wichtigste inhaltliche Abweichung, Jacobis originelle 'Kritik der *Fundamente der Mechanik*', ein. Sie trägt deutlich 'konventionale' Züge und eilt ihrer Zeit weit voraus. Aus ihr resultiert auch eine grundsätzliche Abkehr von Lagranges Konzeption einer Analytischen Mechanik, wie an anderer Stelle gezeigt wird.

2. Entstehung und Inhalt der Analytischen Mechanik von 1847/1848

2.1. Nachschriften: Eine Notiz zu Ort und Weg

Von Jacobis letzter Mechanik-Vorlesung konnte der Verfasser drei handschriftliche Nachschriften auffinden. Ein vollständiges Exemplar (B*) befindet sich im Akademie-Archiv (Berlin);¹⁷ eine weitere vollständige Nachschrift (A*) zählt seit 1989 zum Bestand der Mathematischen Bibliothek der Ruhr-Universität Bochum.¹⁸ Die dritte Nachschrift (C*) befindet sich in der Mathematischen Institutsbibliothek der Humboldt-Universität Berlin¹⁹ und stammt von dem Jacobi-Schüler F. Joachimsthal. Da sie nicht detailliert ausgearbeitet und (in der zweiten Hälfte) unvollständig ist, beziehen wir sie in unsere Darstellung des Vorlesungsinhalts nicht mit ein.

Ein Vergleich von (A*) und (B*) läßt an verschiedenen Details erkennen, daß das *Akademieexemplar* (B*) nur eine *Abschrift* von (A*) ist.²⁰ Wie ein Handschriftenvergleich zeigt, stammt die Urschrift (A*) zweifelsfrei von dem Mathematiker Wilhelm Scheibner, der von 1845 bis 1848 in Berlin bei Jacobi, Dirichlet und Steiner studierte und später zusammen mit Carl Neumann die mathematische Physik in der Tradition der Königsberger Schule in Leipzig weiterführte. Nach Scheibners Tod (1908) gelangte (A*) in die Hände Carl Neumanns, worauf unter anderem Randnotizen von ihm

¹⁶ Carl Neumann, 'Ueber den Satz der virtuellen Verrückungen', *Berichte über die Verhandlungen der Königlich Sächsischen Gesellschaft der Wissenschaften zu Leipzig. Mathematisch-Physische Classe*, 21 (1869), 257–280 (257).

¹⁷ Jacobi-Nachlaß (Berlin), Ms. B22, 308 Seiten.

¹⁸ Sign. 30966, 238 Seiten.

¹⁹ Sign. LsWj 44, 154 Seiten. Joachimsthals Nachschrift ist zusammen mit einem Manuskript seiner eigenen Vorlesung über Analytische Mechanik vom folgenden Wintersemester 1848/49 eingebunden. 'Als mir Joachimsthal erzählte, daß sie Mechanik lesen, wäre ich am liebsten zu Ihnen gekommen, um bei Ihnen zu hören', schreibt F. Richelot, Jacobis Nachfolger in Königsberg, seinem früheren Lehrer Jacobi. (Koenigsberger, Anm. 1, 430).

²⁰ Diese Abschrift wurde vermutlich von Friedrich Karl Albert Magener (1824–1889) angefertigt, der von 1845 bis 1848 in Berlin studierte und 1850 in Leipzig promovierte: Kronecker (Anm. 12, 412) schreibt die im Akademie-Archiv befindliche Ausarbeitung B* 'Scheibner und Magener' zu. Die Urschrift A* trägt Scheibners Handschrift. Falls Kroneckers Bemerkung zutrifft, dürfte die Nachschrift B* Magener zuzuordnen sein. Handschriften Mageners, die diese Vermutung bestätigen könnten, liegen allerdings weder in Berlin noch in Leipzig vor.

hinweisen.²¹ Durch den Mathematiker Ernst R. Neumann, einem Neffen Carl Neumanns, kam die Nachschrift vermutlich nach Marburg.²² E. R. Neumann wiederum war Doktorvater des Marburger Mathematikers Maximilian Krafft, in dessen wissenschaftlicher Bibliothek sich (A*) bei der Überführung in die Mathematische Institutsbibliothek der Ruhr-Universität befand.

Während diese 'Erbfolge' nur mit großer Wahrscheinlichkeit behauptet werden kann, besteht an der Authentizität dieser Urschrift kein Zweifel. (A*) und (B*) sind bis auf kleinere Übertragungsfehler in (B*) und orthographische Abweichungen inhaltlich identisch, unterscheiden sich jedoch natürlich in der Paginierung.

Von Jacobi wird berichtet, daß er in seinen Vor-'Lesungen' stets frei vortrug und gerne improvisierte; sein Vortragsstil sei 'langsam und schwerfällig, er verliert auch oft den Faden des Vortrags, bringt ungelente Sätze zusammen, schweigt längere Zeit gänzlich und überlegt, wie er die Rede weiter führen soll. Seine Reden haben aber stets Inhalt, Zusammenhang und tragen den Stempel der innern [sic!] Geistesthätigkeit'.²³ Diese zeitgenössische Beschreibung spiegelt sich in Scheibners akribischer Vorlesungsnachschrift wider; wir können diese Nachschrift daher als Jacobis authentisches Vermächtnis seiner Anschauungen über Analytische Mechanik ansehen.

2.2. Vorgeschichte: Historisierung und Physikalisierung

Jacobis letzte Mechanikvorlesung begann am Vorabend der Berliner Märzrevolution, an der er aktiv teilnahm und deren Niederschlagung seine letzten Lebensjahre nachhaltig negativ beeinflusste.²⁴ Als Mitglied der Akademie war er berechtigt, aber nicht verpflichtet, an der Berliner Universität Vorlesungen zu halten. Aus gesundheitlichen Gründen hatte er zum Wintersemester 1847/1848 auch keine Veranstaltung angekündigt; bereits im April 1847 war er jedoch mit den Vorarbeiten zu einer Mechanikvorlesung beschäftigt, die er schließlich vor 17 Zuhörern *privatim* las.²⁵ Der Inhalt dieser Vorlesung kann nicht ohne einige Bemerkungen zur Vorgeschichte verstanden werden:

Im Unterschied zu den beiden früheren Mechanikvorlesungen war Jacobi im Zeitraum der Ausarbeitung der *Analytischen Mechanik* nicht mit neuen Untersuchungen zur Integration der dynamischen Differentialgleichungen befaßt, sondern mit einer umfangreichen und systematischen Darstellung des gesamten Gebietes: Es ging ihm, wie er bereits Ende 1846 Alexander von Humboldt mitteilte, um nichts geringeres als

²¹ Diese Randnotizen weisen auch inhaltliche Bezüge zu einer kurzen Note Neumanns (Anm. 16, 257–258) über Jacobis *Analytische Mechanik* auf. Im Nachlaß Neumanns in der Niedersächsischen Staats- und Universitätsbibliothek Göttingen befindet sich eine von Neumann angefertigte Teilabschrift des ersten Drittels der *Analytischen Mechanik* (Cod. Ms. 52), die vollständig mit den Randnotizen in Scheibners Nachschrift korrespondiert. Er kommt fast vierzig Jahre später noch einmal auf Jacobis Vorlesung zurück: Carl Neumann, 'Einige Äußerungen C. G. J. Jacobis über die Prinzipien der analytischen Mechanik', *Berichte*, 60 (1908), 80–84 (81–82). Im gleichen Band der *Berichte* (375–390) erscheint ein Nekrolog von Carl Neumann auf Wilhelm Scheibner. Neumanns *Äußerungen* wurden am 21.3.1908 für druckfertig erklärt' (84) Scheibner starb kurz darauf am 8.4.1908. Neumann war zu diesem Zeitpunkt zweifellos im Besitz der Nachschrift Scheibners und gab diese später wahrscheinlich an seinen Neffen E. R. Neumann weiter.

²² Zu E. R. Neumann s. Lorey (Anm. 12), 283.

²³ Aus der Zeitschrift *Die Grenzboten*, 8 (I. Sem., II, Bd.) (1849), zit. nach: *Briefwechsel zwischen C. G. J. Jacobi und M. H. Jacobi* (Hg. von Wilhelm Ahrens; Leipzig, 1907), 240–247 (243).

²⁴ Zu Jacobis politischen Aktivitäten dieser Zeit s. Koenigsberger (Anm. 1), 447–454; Ahrens (1907, Anm. 23), insbes. Anhang I und II, sowie Pieper (Anm. 1).

²⁵ S. Kronecker (Anm. 12), 411–412 und zu Jacobis Krankheit Koenigsberger (Anm. 1), 395. Die Vorarbeiten erwähnt Jacobi in einem Brief an Alexander von Humboldt vom 7.4.1847. S. *Briefwechsel zwischen Alexander von Humboldt und Carl Gustav Jacob Jacobi* (Hg. von Herbert Pieper; Berlin, 1987), 120. Vgl. dagegen auch Jacobis anderslautende Eingabe an den König vom 7. Juli 1847 (Koenigsberger, Anm. 1, 399).

‘eine seit 10 Jahren versprochene Reform der analytischen Mechanik’.²⁶ In seinen ‘Reformbemühungen’ unterbrochen wurde er gerade durch Humboldt, der ihm zur Vorbereitung seines *Kosmos* diverse Fragen zur Geschichte der griechischen Mathematik vorlegte.²⁷ Jacobi forschte daraufhin einige Monate intensiv über Geometrie, Algebra, Astronomie wie auch *Mechanik* der Antike. Gerades das Problem der Anwendbarkeit der Mathematik, ein wichtiges Thema in der späteren *Analytischen Mechanik*, wird dabei verschiedentlich erörtert.²⁸ Durch Humboldts Anfragen wurde Jacobi offenbar auch zur Beschäftigung mit der jüngeren Wissenschaftsgeschichte angeregt: ‘Was meine eignen Arbeiten über analytische Mechanik betrifft, so macht mir eine historische Einleitung, die ich vorsehen will, eine unglaubliche Mühe,’²⁹ schreibt er im April 1847 an Humboldt. Ein Resultat dieser ‘Mühe’ war ein Vortrag über die Geschichte des Prinzips der kleinsten Wirkung, den Jacobi am 15. Juli 1847 in der Akademie las;³⁰ ein weiteres Resultat ist in den zahlreichen historischen Ausführungen seiner Vorlesung zu sehen, insbesondere in seiner ausführlichen Lagrange-Kritik.

Kann Humboldts Einfluß auf Jacobi kurz mit dem Stichwort Historisierung (im Sinne einer intensivierten Zuwendung zur Geschichte der Disziplin) beschrieben werden, ist daneben eine weitere Interessenakzentuierung festzustellen, die sich kurz als Physikalisierung kennzeichnen läßt:

Es ist bekannt, daß die reine Mathematik dem jungen Jacobi als Idealwissenschaft schlechthin galt. Die französische Mathematik nach Lagrange kritisierte er in seiner Königsberger Einführungsrede scharf wegen ihrer starken Orientierung an physikali-

²⁶ Brief vom 21. Dezember 1856 (Pieper, Anm. 23, 99). Daß Jacobi einen solchen Plan schon länger hegte, geht aus einem Brief an seinen Bruder vom 9.1.1841 hervor: ‘Ich habe es jetzt aufgegeben, ein grösseres mechanisches Werk unter dem Titel Phoronomie zu schreiben, denn ich habe nicht gehörig langen Athem [sic!] dazu...’ (Ahrens 1907, Anm. 23, 76–77; vgl. 78, Anm. 10).

²⁷ ‘Endlich war ich dazu gekommen ein grosses Mémoire über analytische Mechanik zu schreiben, welches Ostrogr[adskij] hoffentlich so rühren wird, dass er deshalb deutsch lernen wird. Eben als ich die letzte Hand daran legen wollte, erging an mich von Humboldt eine Reihe Fragen über griechische Mathematik. Nun ist bei mir das Unglück, dass mich alles gleich in einen Ocean von Untersuchungen stürzt, so dass ich ohne H’s Fragen zu beantworten, doch 2 Monate nur unter diesen Studien verbrachte.’ (Jacobi in einem Brief an seinen Bruder M. H. Jacobi; Ahrens, Anm. 23, 143). Jacobis ‘grosses Mémoire’ wurde nie veröffentlicht.

²⁸ S. hierzu den ausgezeichnet kommentierten Briefwechsel Humboldt-Jacobi ab September 1846 (Pieper, Anm. 25, 73–163; insbes. 77–78, 104–106, 109–110, 124–125).

²⁹ Brief an Humboldt vom 7.4.1847 (Pieper, Anm. 25, 120). Daß Jacobi ohnehin ein starkes wissenschaftshistorisches Interesse hatte, zeigt auch sein vielbeachteter Vortrag über Descartes am 3.1.1846 in der Singakademie. S. Koenigsberger (Anm. 1), 356–357.

³⁰ Das Vortragsmanuskript befindet sich nicht im Jacobi-Nachlaß. Koenigsberger (Anm. 1, 403–410) gibt einen langen Auszug wieder, der sich inhaltlich weitgehend mit Jacobis diesbezüglichen Ausführungen in der *Analytischen Mechanik* deckt.

schen Fragen.³¹ Noch 1842 gelang es ihm während eines Aufenthaltes im damals hochtechnisierten Manchester allgemeinen Unmut mit der These zu erregen, 'es sei die Ehre der Wissenschaft keinen Nutzen zu haben'.³²

Andererseits interessierte sich Jacobi auch früh für physikalische Fragen, wenngleich dies zunächst folgenlos für seine mathematische Arbeit blieb.³³ In seiner Königsberger Zeit (1835–1844) wurde er durch den mathematischen Physiker F. E. Neumann und den Astronomen W. Bessel, insbesondere in der gemeinsamen Tätigkeit im mathematisch-physikalischen Seminar, mit (vorwiegend theoretischer) Physik und Astronomie konfrontiert. Die Briefwechsel mit Bessel, Humboldt und seinem Bruder, dem Experimentalphysiker Moritz Heinrich Jacobi, spiegeln eine zunehmende Bereitschaft wider, sich mit Naturbeschreibung im weitesten Sinne auseinanderzusetzen.³⁴ In seiner 'zweiten' Berliner Zeit (ab 1844) läßt sich daher auch ein 'immer wachsenderes Interesse an mathematischer Physik'³⁵ konstatieren—also gerade an jener 'französischen' Richtung, die er zu Beginn seiner Laufbahn hart kritisierte. Zwei Beispiele seien hierzu stellvertretend angeführt:

Die theoretische Entwicklung des Elektromagnetismus hat Jacobi nicht nur interessiert verfolgt, sondern aktiv begleitet: Zu F. E. Neumanns Arbeit über *Allgemeine Gesetze der inducierten elektrischen Ströme* (1845) lieferte Jacobi zahlreiche, auch physikalisch relevante Änderungsvorschläge. Ihre endgültige mathematische Gestaltung verdankte sie Jacobi.³⁶

Das zweite Beispiel betrifft die Mechanik unmittelbar: Kurz vor Beginn seiner *Vorlesungen über Analytische Mechanik*, am 23. Juli 1847, hielt Hermann von Helmholtz in der Berliner Physikalischen Gesellschaft seinen heute berühmten Vortrag *Ueber die Erhaltung der Kraft*.³⁷ Von den versammelten Berliner 'physikalischen

³¹ S. hierzu zuerst den frühen Briefwechsel mit seinem Bruder M. H. Jacobi (Ahrens, Anm. 23, 2–5). Ein deutliches Zeugnis für Jacobis Theorieorientierung geben auch seine Thesen zur Doktorprüfung 1825 in Berlin, insbesondere seine Verteidigung einer These des Dichters Friedrich von Hardenberg (Novalis): 'Egredie assertit Novalis poeta: Der Begriff der Mathematik ist der Begriff der Wissenschaft überhaupt. Alle Wissenschaften müssen daher streben, Mathematik zu werden' (zit. nach Pieper, Anm. 1, 6). Jacobi geht es hier um *anwendungsfreie* Mathematik.

In einer Rede aus Anlaß seines Eintritts in die Königsberger philosophische Fakultät im Jahre 1832 übt Jacobi Kritik an der starken physikalischen Orientierung der französischen Mathematik (gemeint sind Laplace und seine Schule). Hierin sieht er eine Gefahr für die Mathematik allgemein: 'Während sie die einzige Rettung der Mathematik in physikalischen Fragen suchen, verlassen sie jenen wahren und natürlichen Weg, den einst Euler und Lagrange eingeschlagen haben [...]. Durch diese Tatsache wird nicht nur die reine Mathematik, sondern auch die Anwendung auf physikalische Fragen großen Schaden nehmen.' Die Bemerkung lautet im Original vollständig: 'Geometras Francogallos plerosque, qui prodiere e schola illustris comitis de la Place, his temporibus in errorem illum incidisse, dolemus. Qui dum unicam e quaestionibus physicis mathesis salutem petunt, relinquunt veram illam ac naturalem diciplinæ viam, quam ingressi olim Eulerus et de la Grange, artem analyticam ad id evecerunt, quo nunc gaudet, fastigium. Quo non tantum mathesis pura, sed ipsea quoque ejus ad quaestiones physicas applicationes haud parum detrimenti capiunt.' Zit. nach Walther v. Dyck, 'Eine in den hinterlassenen Papieren Franz Neumann's vorgefundene Rede von C. G. J. Jacobi', *Mathematische Annalen*, 56 (1903), 252–256, (255). Eine kommentierte deutsche Übersetzung dieser bemerkenswerten Rede Jacobis wird von E. Knobloch, H. Pieper und dem Verfasser vorbereitet.

³² '... was ein gewaltiges Schütteln des Kopfes hervorbrachte.' (Brief an seinen Bruder vom 25.9./2.10.1842; Ahrens, Anm. 23, 90).

³³ S. etwa den Brief seines Bruders vom 5.10.1826 (Ahrens, Anm. 23, 2–3).

³⁴ S. zur Physik insbes. den Briefwechsel mit M. H. Jacobi von 1844 bis 1848 (Ahrens, Anm. 23, 109–162). Der Briefwechsel mit Humboldt (Pieper, Anm. 25) enthält genau wie der nicht veröffentlichte Briefwechsel mit Bessel (Jacobi-Nachlaß, Berlin) eine Reihe interessanter Bemerkungen über die Anwendung der mathematischen Methode in der *Astronomie*.

³⁵ Pieper (Anm. 1), 16; vgl. auch Lorey (Anm. 12), 260–261.

³⁶ Gelesen von Franz Neumann am 27.10.1845 in der Akademie (s. *Abhandlungen der Akademie aus dem Jahre 1845*); publ. auch als: *Die mathematischen Gesetze der inducirten elektrischen Ströme* (Ostwalds Klassiker der exakten Wissenschaften, Bd. 10; Leipzig, 1889). Zum Hintergrund s. Ahrens (Anm. 23), 132.

³⁷ Hermann von Helmholtz, *Ueber die Erhaltung der Kraft* (Berlin, 1847).

Autoritäten', so berichtete Helmholtz selber, erntete er nur Kritik: Jacobi war der einzige, der 'den Zusammenhang meines Gedankenganges mit dem der Mathematiker des vorigen Jahrhunderts' erkannte und 'schützte mich vor Mißdeutung'.³⁸

Die beiden genannten Entwicklungsaspekte (Historisierung und Physikalisierung) fließen in die *Analytische Mechanik* ein und treffen sich dort in Jacobis Untersuchung der Frage, welchen Status diese Wissenschaft als genuin mathematische Disziplin (im Verständnis Lagranges) beansprucht und welchen Status sie als physikalische Wissenschaft legitimerweise beanspruchen darf. Dabei kommt, wie wir sehen werden, seiner Untersuchung der Prinzipien der Mechanik eine entscheidende Rolle zu.

2.3. Inhalt: Ein vergleichender Überblick

Jacobis Kolleg über *Analytische Mechanik* begann am 25. Oktober 1847 und umfaßte bis zum März 1848 insgesamt 49 Vorlesungen.³⁹ Die einzelnen Einheiten sind in der Nachschrift durch römische Ziffern gekennzeichnet. Inhaltlich sind sie gewöhnlich nicht in sich abgeschlossen und enden oft abrupt. In der Regel beginnt eine neue Vorlesung mit (z.T. längeren) Wiederholungen der vorangehenden Stunden. Da außerdem eine inhaltliche Strukturierung durch Überschriften nur bei einigen der Stunden gegeben ist, werden mehrere Vorlesungen zweckmäßig zusammengefaßt. Hierzu führen wir Gruppen (a–h) ein, die wir jeweils mit Überschriften versehen. Es folgen jeweils stichwortartige Beschreibungen, wobei die inhaltliche Reihenfolge der Nachschrift natürlich beibehalten wird:⁴⁰

Vorlesungen:

Seiten (A*/B*)

Inhaltsbeschreibung:

a: I–IV

1–16/1–20

Historische Einleitung und Prinzipien der Mechanik:

Ziel der Vorlesung; Mechanik der Griechen; Status mechanischer Prinzipien; Differentialgleichungen der Bewegung; Zwangsbedingungen; Mathematische Methode der Mechanik; Prinzip der virtuellen Geschwindigkeiten in der Statik seit Varignon; Begriffsgeschichte: Mechanik, Statik, Dynamik, Phoronomie.

b: IV–X

16–42/20–54

Das Prinzip der virtuellen Geschwindigkeiten in der Statik:

Das Prinzip als 'Axiom' in der *Mécanique Analytique* (1788); Lagranges erster Beweisversuch (²1811); Kritik dieser 'Construction', Fouriers Anwendung des Prinzips auf Fälle mit Bedingungsungleichungen; Lagranges Multiplikatorenmethode; Anwendung auf Zwangsbedingungen mit Bedingungsungleichungen und -gleichungen.

c: X–XVIII

42–87/54–105

Das Prinzip der virtuellen Geschwindigkeiten in der Dynamik:

'Druck' und 'Gleichgewicht' als 'mathematische Fiktionen'; Problematik der Unterscheidung von Statik und Dynamik; Bedeutung der Algebra für die Mechanik; das Prinzip der virtuellen Geschwindigkeiten in der Dynamik; d'Alemberts

³⁸ Hermann von Helmholtz, *H. von Helmholtz über sich selbst* (Hg. von D. Goetz, Leipzig, 1966), 23.

³⁹ Das sind 13 Vorlesungen mehr, als die *Dynamik* (vgl. Jacobi, Anm. 8) umfaßt.

⁴⁰ Bei Wiederholung einer Vorlesungsnummer findet der Themenwechsel *innerhalb* dieser Vorlesung statt. Wir zitieren im folgenden (vgl. 2.1) nach der Urschrift Scheibners A*, setzen aber die Seitenzahl der (leichter zugänglichen) Abschrift B* aus dem Akademie-Archiv hinzu: A*/B*.

Prinzip; Lagranges zweiter Beweisversuch in der *Théorie des fonctions analytiques* (1813); Kritik dieses Versuchs; Poissons und Gauß' Beweisversuche als 'Veranschaulichungen'; Gauß' Prinzip des kleinsten Zwanges und dessen Vorteile.

d: XVIII–XXVI
87–128/105–155

'Allgemeine dynamische Gesetze' (Integrale der Bewegung):

Prinzip der Erhaltung der lebendigen Kraft; Geschichte und mathematische Bedeutung; Prinzip der Erhaltung des Schwerpunktes; Exkurs über Fixsternbewegung; Prinzip der Erhaltung der Flächen; Beziehung der 3 Flächensätze zueinander; Planetenbewegung und Drei-Körper-Problem; Prinzip der letzten Multiplikatoren; Anwendung auf mechanische Probleme.

e: XXVI–XXXI
128–153/157–188

Prinzip der kleinsten Wirkung und Hamilton-Prinzip:

Beziehung des Prinzips der kleinsten Wirkung zum Prinzip der lebendigen Kraft; Aufstellung des Prinzips und Elimination der Zeit; Historischer Abriß von Leibniz bis zu Lagrange; Herleitung der Differentialgleichungen der Bewegung; Unterscheidung von Maxima und Minima; Einführung des Hamilton-Prinzips als 'symbolischen Ausdruck'; Anwendbarkeit auf unfreie Systeme und zeitabhängige Potentiale; Geodätische; Herleitung der zweiten Lagrangeschen Gleichungen aus dem Hamilton-Prinzip; Vor- und Nachteile der analytischen Methode in der Naturbeschreibung; Deduktion der Erhaltung der lebendigen Kraft für zeitabhängige Potentiale; Herleitung des Flächensatzes für das Drei-Körper-Problem.

f: XXXII–XXXIV
157–170/191–208

Lagrangesche und Hamiltonsche Bewegungsgleichungen:

Lagrangesche Bewegungsgleichungen in Polarkoordinaten; Deduktion der Erhaltung der lebendigen Kraft für zeitunabhängige und zeitabhängige Potentiale; Herleitung der Lagrangeschen Bewegungsgleichungen aus der Lagrangeschen Multiplikatorenform bei unfreien Systemen; Flächensatz beim Drei-Körper-Problem; Einführung Poissonscher Variabler; Hamilton-Funktion; Überführung der Bewegungsgleichungen nicht freier Systeme in die Hamiltonsche kanonische Form.

g: XXXV–XLII
170–208/209–265

Hamilton-Jacobi-Theorie:

Differentialgleichungen der Dynamik und Variationsrechnung; Hamilton-Prinzip und Hamiltonsche partielle Differentialgleichungen; Anwendung auf ein freies System; Vollständige Integration für Zentralkraftprobleme in Polarkoordinaten; historische Notizen zur Theorie partieller Differentialgleichungen bei Euler, Lagrange und Hamilton; Überlegungen zur Anwendung auf Mehrkörperprobleme (Planetensysteme); Anwendung auf konservative Systeme; historischer Exkurs: Integration der partiellen Differentialgleichungen 1. Ordnung mit zwei unabhängigen Variablen nach Lagrange; Allgemeine Integrabilitätsbedingungen bei Euler, Condorcet und Pfaff; Anwendung der Lagrangeschen Methode auf Planetenbewegungen.

h: XLII–XLIX
208 238/265–308

Störungstheorie:

Theorie der Variation der Konstanten; Diskussion der Anwendbarkeit auf das Planetensystem; Stabilität des Weltsystems; Störungsrechnungen nach Lagrange, Laplace, Poisson; Jacobis Störungsrechnung in 'Hamiltonscher' Form.

Der Abschluß der Vorlesung mit dem Thema Störungstheorie scheint passend gewählt, denn die letzte Vorlesung trägt den Vermerk: 'am Tage vor der Berliner Märzrevolution',⁴¹ fand also an dem Tage statt, bevor (am 18. März 1848) Aufstände die gewohnten 'Kreise' der Berliner Bevölkerung, insbesondere auch der Universitätsmitglieder, durcheinanderbrachten.

Ein Vergleich der *Analytischen Mechanik* mit der *Dynamik* zeigt verschiedene interessante Abweichungen. Zunächst läßt sich zur mathematischen Behandlung generell feststellen, daß Jacobi in seiner früheren Vorlesung die Theorie der gewöhnlichen und partiellen Differentialgleichungen ausführlicher abhandelt, als er dies in den Teilen **f** und **g** der *Analytischen Mechanik* tut.⁴² In seiner letzten Vorlesung wird umgekehrt der Störungstheorie im Schlußteil **h** wesentlich größerer Raum gewidmet. Diese inhaltliche Verschiebung korrespondiert mit der bereits erwähnten Tatsache, daß der späte Jacobi der Nutzung der Mathematik für eine beobachtungskonforme Naturbeschreibung einen Vorrang gegenüber der formalen Organisation einer idealen mathematischen Theorie einräumt: Der Störungstheorie in Anwendung auf das Planetensystem kommt unter diesem Gesichtspunkt größere Bedeutung zu als etwa dem 'Abelschen Theorem'.⁴³ Neben dieser Physikalisation spiegeln die zahlreichen geschichtlichen Ausführungen zu mathematischen und astronomischen Themen den oben als Historisierung gekennzeichneten Aspekt wider. Beide Merkmale sind durch die gesamte Vorlesung hindurch nachweisbar.

Der auffälligste und wichtigste Unterschied beider Vorlesungen besteht jedoch darin, daß Jacobi in der *Analytischen Mechanik* der Behandlung mathematischer Methoden einen Teil vorschaltet, in denen er sich ausführlich mit Fragen der Grundlegung der Mechanik auseinandersetzt: Von den Teilen **a**, **b** und **c**, die ein Drittel der gesamten Vorlesung ausmachen, findet man in der *Dynamik* wenig mehr als die Aufstellung der dynamischen Differentialgleichungen und ihre Einkleidung in das (heute so genannte) d'Alembertsche Prinzip.⁴⁴ Insofern kann man die *Analytische Mechanik* 'in erster Näherung' also eine Erweiterung der *Dynamik* um eine historische und systematische Grundlagenreflexion zur Mechanik betrachten. Hauptpunkt ist dabei seine Kritik der Prinzipien der Mechanik.⁴⁵

⁴¹ *Analytische Mechanik*, 238/308. Magener (vgl. Anm. 20) vergaß in seiner Abschrift B* das Wort 'vor', datierte die letzte Vorlesung also fälschlich einen Tag *nach* auf den 18.3.1848.

⁴² Vgl. insbesondere die Vorlesungen 23 und 27–30 der *Dynamik* (Jacobi, Anm. 8, 177–183, 207–237).

⁴³ Zur Störungstheorie s. auch Jacobis nachgelassene Schrift *Ueber diejenigen Probleme der Mechanik, in welchen eine Kräftefunction existiert, und über die Theorie der Störungen* (Jacobi, Anm. 8, 304–470), die nach der *Dynamik* und vor der *Analytischen Mechanik* verfaßt worden sein dürfte.

⁴⁴ Nachdem Jacobi in der 2. Vorlesung der *Dynamik* die Differentialgleichungen der Bewegung aufstellt, schließen sich dort gleich die 'allgemeinen Principe' an, die in der *Analytischen Mechanik* erst in Teil **d** behandelt werden.

⁴⁵ Diese Kritik findet sich weder in der *Dynamik* noch in anderen veröffentlichten Abhandlungen Jacobis zur Mechanik.

3. Kritik der Prinzipien der Mechanik bei Jacobi

3.1. Rückblick: Prinzipien der Mechanik in der Mathematik des frühen 19. Jahrhunderts

Eine angemessene Beurteilung der Ausführungen Jacobis erfordert einen kurzen (daher notwendigerweise auch verkürzenden) Rekurs auf die Sichtweise mechanischer Prinzipien in der Mathematik vor Jacobi.

Die Hauptvertreter der rationalen Mechanik des 18. Jahrhunderts waren wenig kritisch in Hinblick auf das Anwendungsproblem, d.h. die Frage, wie mathematische Naturbeschreibung möglich sei: Diese Frage wurde oft erst gar nicht gestellt bzw. explizit erörtert (wie bei Lagrange), oder es wurde als Faktum konstatiert, daß es eine sichere mathematische Naturerkenntnis gibt, wobei die Erklärung dieses Faktums der Philosophie überantwortet wurde (wie bei Euler), oder aber es wurde die prinzipielle Fehlbarkeit der Mathematik (auch) in ihrer Anwendung auf Naturvorgänge theoretisch formuliert, aber dann in der Bewertung konkreter mathematischer Naturgesetze ignoriert (wie bei d'Alembert und Maupertuis).⁴⁶ Um die Jahrhundertwende war die rationale Mechanik nicht nur für Condorcet, sondern auch im allgemeinen Verständnis eine 'Wissenschaft des reinen Kalküls'.⁴⁷

Da der Mechanik in aller Regel⁴⁸ ein axiomatisch-deduktiver Aufbau gegeben wurde, hing ihre Sicherheit zunächst und vor allem von der der zugrundegelegten Prinzipien ('Axiomen') ab. Gerade die Vertreter der analytischen Tradition (Euler, d'Alembert, Lagrange, Maupertuis) betonten auf die eine oder andere Weise die 'Wahrheit', mathematische 'Notwendigkeit' und (oder) 'Sicherheit' der zugrundegelegten Sätze (wie Newtons 'leges motus', Parallelogrammregel, Prinzip der virtuellen Geschwindigkeiten, d'Alemberts Prinzip und die Prinzipien der kleinsten Wirkung). Sofern den 'Prinzipien' keine Selbstevidenz unterstellt wurde bzw. (aufgrund ihrer nichttrivialen mathematischen Struktur) unterstellt werden konnte, dienten metaphysische Begründungen oder aber 'Beweise', die eine Rückführung auf 'klare und deutliche' Voraussetzungen bezweckten, als Rechtfertigung. Die Übergänge zwischen diesen Alternativen waren fließend: Lagrange etwa stellte in der ersten Auflage der *Mécanique Analytique* (1788) das Prinzip der virtuellen Geschwindigkeiten als 'eine Art Axiom' ohne Beweis an die Spitze seiner gesamten Mechanik. Später unternahm er zwei Beweisversuche, die vom 'Prinzip des Flaschenzugs' ausgingen.⁴⁹

In der französischen mathematischen Physik des frühen 19. Jahrhunderts trat ein bemerkenswerter Wandel im Wissenschaftsverständnis der Mechanik ein. In der Laplaceschen Molekularphysik wurde die Mechanik zur Grundlage der mathematischen Behandlung weiterer Bereiche der Physik. Die damit einhergehende stärker auf Naturbeschreibung und -erklärung abzielende Orientierung der Mechanik brachte Poisson später mit der Formulierung einer 'Mécanique physique', die er Lagranges 'Mécanique Analytique' gegenüberstellte, prägnant zum Ausdruck. Die Mathematiker

⁴⁶ S. zu d'Alembert: Thomas L. Hankins, *Jean d'Alembert: Science and the Enlightenment* (Oxford, 1970); zu Euler, Lagrange und Maupertuis vgl. Pulte (Anm. 7).

⁴⁷ Zit. nach Andreas Kleinert, 'Mathematik und anorganische Naturwissenschaften', in *Wissenschaften im Zeitalter der Aufklärung* (Hg. von Rudolf Vierhaus; Göttingen, 1985), 218–248 (222).

⁴⁸ Die philosophisch vielleicht interessanteste Ausnahme ist Lazare N. M. Carnot, *Grundsätze der Mechanik vom Gleichgewicht und der Bewegung* (Leipzig, 1805; orig: *Principes fondamentaux de l'équilibre et du mouvement*, Paris, 1803). Carnot sieht in einer Axiomatisierung, der möglichst wenige Prinzipien zugrundeliegen (und die daher auch die Dynamik auf die Statik zurückführt), eine Gefahr für eine sichere Fundierung der Mechanik, die für ihn nur eine empirische sein kann. Grundgesetze der Mechanik bezeichnet er daher auch konsequent als 'Hypothesen' (1, 53–60, beachte aber auch Anm. 53). Zu Carnots Leben und Werk s. Charles C. Gillispie, *Lazare Carnot Savant* (Princeton, 1971).

⁴⁹ S. Richard Lindt, 'Das Prinzip der virtuellen Verrückungen', *Abhandlungen zur Geschichte der Mathematischen Wissenschaft*, 18 (1904), 145–196.

forderte er auf, die grundlegenden Fragen der Mechanik vom Standpunkt der 'Mécanique physique' zu überdenken-einem Standpunkt, der gleichzeitig 'physikalisch und mit der Natur im Einklang' sei.⁵⁰

Diese Entwicklung konnte an der Beurteilung des Status mechanischer Prinzipien nicht spurlos vorübergehen: Stärker als im 18. Jahrhundert wurde ihr empirischer Ursprung betont. Auguste Comtes Positivismus, der sich 'positiv' besonders auf Fouriers Wärmetheorie bezog, brachte diese Auffassung erst relativ spät auch philosophisch zum Ausdruck.

Es wäre jedoch falsch, diese Entwicklung als eine Abkehr von der rationalistischen Sichtweise des 18. Jahrhunderts in dem Sinne zu interpretieren, daß die Sicherheit und Allgemeinheit der mechanischen Prinzipien damit grundsätzlich in Zweifel gezogen wurden: Fourier etwa stellte einer frühen Untersuchung zur *Mechanik* das nicht gerade 'positivistisch' anmutende Motto 'Geometriae est probare'⁵¹ voran. Die Beweisversuche insbesondere zur Parallelogrammregel der Kräfte und zum Prinzip der virtuellen Geschwindigkeit in den ersten Jahrzehnten des 19. Jahrhunderts sind Legion.⁵²

Der beste Indikator dafür, daß den Prinzipien der Mechanik nach wie vor eine Sicherheit zugebilligt wurde, die der der geometrischen Axiome nicht nachstand, ist 'Newtons' erstes Bewegungsgesetz. Es reicht hier, diejenigen zu betrachten, die den empirischen Ursprung und den physikalischen Bezug der mechanischen Prinzipien besonders betonten (wie L. Carnot, Laplace oder Poisson). Keiner von ihnen mochte sich bei der Begründung dieses Prinzips (aus gutem Grund) mit einem Verweis auf Beobachtung und Induktion begnügen; mindestens die Geradlinigkeit, z.T. jedoch auch die Geschwindigkeitskonstanz wurden als 'notwendiges' Attribut einer ungestörten Bewegung angesehen: die Annahme des Gegenteils würde einen logischen Widerspruch implizieren.⁵³

Zusammenfassend läßt sich feststellen: Unter der Oberfläche empiristischer Bekundungen finden wir in der französischen mathematischen Physik, auf die sich auch Jacobi bezieht, weiter den Glauben an eine Mechanik, deren Prinzipien 'mit Sicherheit' gelten, die streng mathematisch-deduktiv verfährt und die (dennoch) physikalische Realität beschreibt.

⁵⁰ Simeon D. Poisson, 'Mémoire sur l'équilibre et le mouvement des corps élastiques', *Mémoires de l'Académie des Sciences*, 8 (1829), 357–570 (361). Ausführlicher zu der hier nur angedeuteten Entwicklung: Pierre-Marie-Maurice Duhem, *The evolution of mechanics* (Hg. von G. AE. Oravas; Alphen an den Rijn/Germantown, 1980) sowie vor allem Grattan-Guinness (Anm. 6).

⁵¹ Joseph B. J. Fourier, 'Mémoire sur la Statique, contenant la démonstration du principe des vitesses virtuelles, et la théorie des moments', *Journal de l'École Polytechnique* (1)2, cah. 5 (1798), 20–60 (20). Fourier schreibt dieses Motto (noch) Aristoteles zu.

⁵² S. Grattan-Guinness (Anm. 6, 1, 302–312) und Edoardo Benvenuto, *An Introduction to the History of Structural Mechanics*, 2 Bde. (New York/ Heidelberg/Berlin, 1991), 1, 95–142; sowie Lindt (Anm. 49).

⁵³ Zu den beiden ersten Bewegungsgesetzen bemerkt Laplace: '...elles ne sont pour nous que des faits observés, les seuls, au reste, que la Mécanique emprunte de l'expérience.' Zuvor begründet er die Geradlinigkeit der Trägheitsbewegung (wie vor ihm etwa auch schon Euler) mit Hilfe des Satzes vom zureichenden Grunde: 'La direction du mouvement eu ligne droite suit évidemment de ce qu'il n'y a aucune raison pour que le point s'écarte plutôt à droite qu'à gauche de sa direction primitive; ...'. Pierre S. Laplace, *Traité de mécanique céleste*, Bd. 1 (Paris, 1799), 20, 16. Die gleiche Argumentation finden wir bei L. Carnot (Anm. 48, 2, 57–58). Poisson geht weiter und begründet Geradlinigkeit und Geschwindigkeitskonstanz auf diesem Wege. S. Simeon D. Poisson, *Lehrbuch der Analytischen Mechanik*, 2 Bde., (Dortmund, 1890; orig.: *Traité de mécanique*, 2 Bde., Paris, 1833), Bd. 2, 167–168. Diese Beispiele sind (fast) beliebig vermehrbar und zeigen, daß es sich bei der populären Berutung auf 'Erfahrung' und 'Induktion' in der mathematischen Literatur der Zeit oft genug um einen unreflektierten Empirismus (bzw. später: Positivismus) handelte, der nicht das kritische Potential hatte, die Sicherheit der Mechanik als Fundament der Naturbeschreibung grundsätzlich in Zweifel zu ziehen.

3.2. *Das Ende der Sicherheit: Prinzipien als 'Conventionen'*

Die mathematische Naturphilosophie des *jungen* Jacobi, der während seines Studiums in Berlin Hegel und dessen Philosophie kennenlernte,⁵⁴ trägt, wie zurecht bemerkt wurde,⁵⁵ stark idealistische Züge. Unter anderem Vorzeichen als in der zeitgenössischen mathematischen Physik finden wir hier apriorische Naturgesetze als Bedingung mathematischer Naturbeschreibung schlechthin vor. In Jacobis eigenen Worten: '...dieselben Gesetze, die den menschlichen Geist beherrschen, beherrschen die Natur; das ist die Bedingung, ohne die die Welt nicht verständlich wäre, ohne welche es keine Erkenntnis der Natur geben würde.'⁵⁶

Die *Analytische Mechanik* zeigt eine grundsätzlich andere Behandlung des Anwendungsproblems, die sich philosophisch (implizit) gegen einen Idealismus Hegelscher Prägung und mathematisch (explizit) gegen Lagranges paradigmatische *Mécanique Analytique* richtet. Wir haben den Hintergrund dieses Wandels dargestellt (vgl. 2.2) und gehen hier nur auf einige der wichtigsten Aussagen Jacobis über den Status mechanischer Prinzipien ein:

Ein mathematisch formuliertes Gesetze der Mechanik (wie etwa das d'Alembertsche Prinzip, das Hamilton-Prinzip oder das Prinzip der virtuellen Geschwindigkeiten) bezeichnet Jacobi zunächst als eine 'symbolische Form' oder einen 'symbolischen Ausdruck'.⁵⁷

In ihrer 'Symbolik', so macht er an anderer Stelle deutlich, bestehe gerade die Leistungsfähigkeit der Mathematik: 'Will man als Analyst reden, so muß man sagen daß die Stärke der Mathematik in der Symbolik bestehe, indem man damit ein ganzes System von Gedanken durch ein Zeichen fixiert, um mit dem Erblicken dieses Zeichens sogleich an diese Gedankenreihe erinnert zu werden, ohne nötig zu haben, sie noch einmal durchzudenken.'⁵⁸ Ohne den Begriff zu verwenden, verweist Jacobi hier auf eine denkökonomische Funktion der formalen Mathematik und hebt Lagranges diesbezüglichen Beitrag ausdrücklich positiv hervor.⁵⁹ Reine Mathematik im Sinne Jacobis ist ein logisches Operieren mit symbolischen Formen als abgekürzten Gedankenreihen; solange diese nicht verlassen werden, kann man über ihre Wahrheit (im Sinne logischer Folgerichtigkeit) entscheiden.

Anders verhält es sich mit dem Gebrauch solcher Formen der Mathematik mit 'Etwas außer ihr', etwa auf eine mechanisches System von Massen. Die symbolischen

⁵⁴ S. den Briefwechsel Jacobis mit seinem Bruder (Ahrens, Anm. 23), in dem Hegel gelegentlich erwähnt wird. Charakteristisch für Jacobis Entwicklung ist, daß der zunächst eher positive Bezug auf Hegel später einem ironisch-kritischen Ton weicht. Schelling wurde von Jacobi als 'gebildeter Mann' (79) geschätzt; seine Werke erwähnt er nicht.

⁵⁵ Harald Boehme, 'Hegel und die Berliner Mathematische Schule', *Hegel-Jahrbuch* (1989), 273–282. Ein konkreter Nachweis für eine Auseinandersetzung Jacobis mit bestimmten Thesen Hegels zur Philosophie der Mathematik wird jedoch nicht geführt.

⁵⁶ Dyck (Anm. 31, 254). Im Original: '...eadem leges aeternae mentis humanae, eadem naturae; quae est conditio, sine qua non intelligibilis esset numdus, sine qua nulla daretur rerum naturae cognitio.' Etwas später: 'Die der Natur innewohnenden mathematischen Gesetze könnten nicht verstanden werden, wenn nicht durch den eigenen Antrieb des menschlichen Geistes die Mathematik aus den ihm innewohnenden Gesetze aufgebaut worden wäre.' Im Original: 'Leges naturae insitae mathematicae percipi non potuerunt, nisi jam proprio motu mentis humanae e legibus ei insitis exstructa esset mathesis.' (254).

⁵⁷ S. *Analytische Mechanik*, etwa 4/6, 149/182. Diese Bezeichnungsweise findet sich auch schon in der *Dynamik* (Jacobi, Anm. 8, etwa 12).

⁵⁸ Zit. nach Koenigsberger (Anm. 1, 550), Das Zitat stammt aus der Nachschrift einer Vorlesung über 'Die allgemeine Theorie der krummen Flächen und Curven doppelter Krümmung', die Jacobi im folgenden Wintersemester 1848–1849 hielt (vgl. Kronecker, Anm. 12, 412).

⁵⁹ Koenigsberger (Anm. 1, 550). Vgl. hierzu das sehr ähnliche Urteil über Lagranges Mechanik bei Ernst Mach, *Die Mechanik, historisch-kritisch dargestellt* (Leipzig, 1933), 445.

Ausdrücke werden dabei zu 'bloßen Conventionen', die sich einer mathematischen Wahrheitsprüfung entziehen:

Vom Standpunkt der reinen Mathematik aus sind diese Gesetze nicht zu beweisen, bloße Conventionen, sie sind aber so angenommen, daß sie der Natur entsprechen—daher nicht a priori darzuthun, sondern durch Experimente die Art der Entsprechung zu zeigen ist. [sic!] Ein bündiger Beweis hiervon ist z.B. durch die Entdeckung des Leverrier'schen Planeten geliefert. Sie werden gleichwohl überall, wo eine Mischung der Mathematik mit Etwas außer ihr stattfindet, Versuche finden, diese rein conventionellen Sätze a priori zu beweisen, und es wird dann an Ihnen sein, den jedesmaligen Fehlschluß aufzufinden.⁶⁰

Jacobi kennzeichnet hier—übrigens gut ein halbes Jahrhundert, bevor Poincaré den Konventionsbegriff in die Grundlagendiskussion der Mechanik einführte⁶¹—mechanische Prinzipien als Konventionen. Er dürfte damit der Erste sein, der diesen Begriff überhaupt auf grundlegende Gesetze der mathematischen Wissenschaften anwendet.⁶²

Schon unter diesem begriffsgeschichtlichen Gesichtspunkt ist es aufschlußreich festzustellen, welche Bedeutung er mit dieser Namensgebung verbindet. Jacobi, der sich in Berlin nicht nur als Mathematiker, sondern auch als Altphilologe einen Namen gemacht hatte, war sehr sprachbewußt. Er führt hier keine 'ad hoc-Bezeichnung' ein, sondern will seine Anschauungen zu den Prinzipien der Mechanik *sprachlich* adäquat zum Ausdruck bringen. Wir wollen diese Anschauungen anhand des Textes der *Analytischen Mechanik* analysieren und, soweit möglich, präzise bestimmen. Im folgenden soll kurz dargelegt werden, daß mechanische Prinzipien für ihn durch folgende Eigenschaften charakterisierbar sind: 'Conventionen' sind...

1. mathematisch nicht beweisbar,
2. der empirischen Prüfung fähig,
3. der empirischen Bestätigung bedürftig,
4. Setzungen, d.h. unter Alternativen wählbar,
5. durch Einfachheit und Plausibilität gekennzeichnet.

Schon das obige Zitat macht deutlich, daß für Jacobi ein mechanisches Prinzip (1) nicht mathematisch beweisbar sein kann, sondern im wörtlichen Sinne als 'Anfang' aufzufassen ist. Wie insbesondere seine spätere Lagrange-Kritik, auf die wir hier nicht eingehen können, deutlich macht, richtet sich diese Feststellung gegen alle Versuche, die als grundlegend angesehenen Sätze (wie etwa das Prinzip der virtuellen Geschwindigkeiten) selber noch durch angeblich 'mathematische' Beweise absichern zu wollen. Weiter wird deutlich, daß Jacobi mechanische Prinzipien (2) als empirisch

⁶⁰ *Analytische Mechanik*, 2/4.

⁶¹ Zu Poincaré s. in diesem Zusammenhang insbes. Susan P. Wright, *Henri Poincaré: A Developmental Study of his philosophical and scientific thought*, 2 Bde. (Diss. Harvard University; Cambridge, Mass., 1975); und Werner Diederich, *Konventionalität in der Physik. Wissenschaftstheoretische Untersuchungen zum Konventionalismus* (Berlin, 1974). Während Poincaré seine Überlegungen zur Konventionalität geometrischer Axiome Ende der 80er Jahre formulierte, ist die erste 'vorsichtige' Anwendung auf die Physik, namentlich die Mechanik, etwa 10 Jahre später zu datieren. S. hierzu zuerst Henri Poincaré, 'Les Idées de Hertz sur la Mécanique', *Revue générale des Sciences*, 8 (1897), 734–743.

⁶² Dies Ergebnis steht im Gegensatz zu der gängigen Begriffsgeschichte. Vgl. etwa W. H. Schrader und O. Kimminich, 'Konvention' bzw. Gerhard Frey, 'Konventionalismus', *Historisches Wörterbuch der Philosophie*, Bd. 4 (Basel, 1976), 1071–1078 bzw. 1078–1080. Keiner der beiden Artikel bringt den Begriff 'Konvention' vor Poincaré mit den mathematischen Wissenschaften in Verbindung.

prüfbar ansieht und—weil es keine mathematische Wahrheitsprüfung geben kann—eine empirische Bestätigung auch (3) für notwendig hält ('... durch Experimente die Art der Entsprechung zu zeigen *ist*'). Die Vorhersage und spätere Entdeckung des Neptun ('Leverrier'scher Planet') liefert ihm ein spektakuläres Beispiel einer solchen Bestätigung.⁶³ Jacobi führt nicht näher aus, wie er das Verhältnis von Empirie und mathematischen Prinzipien generell beurteilt. Es ist jedoch wichtig zu bemerken, daß für ihn (vgl. dagegen 3.1) durch Erfahrung offenbar keine Sicherheit der Grundlagen erreicht werden kann. Mechanische Prinzipien werden von ihm später mehrfach als 'probabel', d.h. als wahrscheinlich gültig, gekennzeichnet.⁶⁴

Bis zu diesem Punkte würde es für Jacobi naheliegen, bei der Kennzeichnung des Status solcher Prinzipien auf den etablierten Begriff der 'Hypothese' zurückzugreifen. Doch er verknüpft mit seiner Bezeichnung eine spezifisch 'konventionale' Bedeutung, wie folgende Bemerkung zum Trägheitsprinzip deutlich macht:

Es ist vom rein mathematischen Standpunkt aus ein Zirkel, zu sagen, die geradlinige Bewegung ist die eigene, folglich ist zu jeder anderen eine äußere Hinzuwirkung erforderlich, denn man könnte mit demselben Rechte jede andere Bewegung als Gesetz der Trägheit eines Körpers setzen, wenn man nur hinzufügt, wenn er sich nicht so bewegt, so ist eine Außenwirkung daran Schuld; und wenn wir jedesmal, wenn der Körper abweicht, die äußere Einwirkung physikalisch aufweisen können, sind wir berechtigt, das Trägheitsgesetz, das zu Grunde gelegt war, als Naturgesetz zu bezeichnen.⁶⁵

Die *Geradlinigkeit* der Trägheitsbewegung, auch von den 'empiristischen' Vertretern der mathematischen Physik als *notwendige* Eigenschaft ungestörter Bewegungen angesehen (vgl. 3.1), ist für Jacobi ebenfalls 'Convention'. Gerade hier wird eine entscheidende Eigenschaft sichtbar, der sich Jacobis originelle Begriffswahl im wesentlichen verdanken dürfte: (4) Konventionen werden *gesetzt*, d.h. sind unter einer Vielzahl denkmöglicher Alternativen wählbar (wir können 'jede andere Bewegung als Gesetz der Trägheit eines Körpers setzen'). Jacobis Vorwurf der Zirkularität impliziert, daß das erste 'Newtonsche' Bewegungsgesetz für sich genommen keineswegs als Naturgesetz angesehen werden darf, d.h. keinen empirischen Gehalt hat. Der logische Zirkel liegt darin, zum einen aus der Kräftefreiheit auf die Geradlinigkeit und Gleichförmigkeit einer Bewegung zu schließen, zum anderen bei einer Abweichung von der geradlinig-gleichförmigen Bewegung auf das Vorhandensein von Kräften ('äußere Hinzuwirkung') zurückzuschließen. Um diesem Zirkel zu entgehen, muß man das Trägheitsprinzip als eine *Setzung* auffassen, durch die erst festgelegt wird, was eine 'eigene' (d.h. ungestörte) Bewegung sein soll. Erst in der Verbindung einer solchen

⁶³ Die verwickelte Entdeckungsgeschichte des Neptun mit ihren diversen Prioritätsansprüchen schildert gut M. Grosser, *Entdeckung des Neptun* (Frankfurt a.M., 1970). Vereinfacht hat Jacobis Bemerkung folgenden Hintergrund: Aus den Störungen der Uranusbahn hatte U. J. J. Leverrier 1845 auf die Existenz eines neuen Planeten im Sonnensystem geschlossen und dessen Ort bestimmt. J. G. Galle in Berlin hat daraufhin im September 1846 den Planeten beobachtet und als solchen identifiziert. Die Bestätigung der Vorhersage Leverriers erregte großes Aufsehen. Jacobi schätzte Leverriers Leistung (nach anfänglichem Zögern) hoch ein. Einigen Astronomen, die die Entdeckung als Zufallsfund herabminderten, entgegnete er: 'Denen, welche die Entdeckung für zufällig ausgeben [...] wäre der Rath zu geben, auch solche zufällige Entdeckungen zu machen.' (zit. nach Pieper, Anm. 25, 106). Die Auffindung des Neptun erwähnt Jacobi in der *Analytischen Mechanik* offenkundig, weil er in ihr eine empirische Bestätigung der dabei verwendeten 'Newtonschen' Prinzipien der Mechanik sieht.

⁶⁴ *Analytische Mechanik*, etwa 23/28, 48/59.

⁶⁵ *Analytische Mechanik*, 2/4.

Konvention mit allgemeinen Aussagen darüber, wie Abweichungen von der Trägheitsbewegung auf äußere Einwirkungen zurückzuführen sind (etwa mit dem Gravitationsgesetz) ergibt sich eine allgemeine empirische Aussage, ein Naturgesetz.

Die Notwendigkeit der empirischen Bestätigung (3) verhindert *willkürliche* Setzungen, solche hätten nach Jacobi als symbolische Formen nur in der reinen Mathematik ein Bürgerrecht. Wir weisen jedoch darauf hin, daß der Erfahrungsbezug für Jacobi nicht hinreichend ist, um eine bestimmte symbolische Form als Konvention festzulegen: Es ist ein Spielraum vorhanden, daher auch eine Übereinkunft erforderlich. So bemerkt er vor der Formulierung der 'allgemeinen dynamischen Differentialgleichungen' (die er in der 'symbolischen Form' des heute so genannten d'Alembertschen Prinzips aufstellt) für ein System von Massenpunkten:

Beweise giebt [sic!] es eigentlich nicht, sondern man kann diese Sätze nur plausibel machen; in allen Beweisen, welche man hat, wird immer mehr oder weniger vorausgesetzt; denn die Mathematik kann die Art, wie die Beziehungen eines Systems von Punkten Abhängigkeit veranlassen, sich nicht aus den Fingern saugen, sondern es wird hier wieder eine Convention in Form eines allgemeinen Prinzips eintreten. Man kann die Forderung stellen, daß die Form dieses Prinzips möglichst einfach und plausibel sei. Ich gebe es zunächst in solcher Form, wie es vermutlich am klarsten sich darstellt, später kann die Diskussion über die ganze Bedeutung desselben eröffnet werden, und wie diese Bedeutung diejenigen Eigenschaften hat, welche mit Naturgesetzen verbunden zu sein pflegt.⁶⁶

Die Setzung von Konventionen kann natürlich nicht durch mathematische Deduktion erfolgen. Sie wird aber durch die Kriterien (5) Einfachheit und Plausibilität geleitet, die für Jacobi mathematischer Art sind (die 'Form' betreffen).

Diese Überlegung ist zweifellos auf die jüngere Geschichte der analytischen Mechanik zu beziehen: Jacobi geht in seiner Vorlesung vom d'Alembertschen Prinzip aus. Er weiß, daß sich verschiedene differentielle und integrale Variationsprinzipien als gleich leistungsfähige Alternativen anbieten (Prinzip der virtuellen Geschwindigkeiten, Gauß' Prinzip, Prinzip der kleinsten Wirkung, Hamilton-Prinzip). Die Entscheidung für eine dieser Möglichkeiten ist weder Sache der Empirie noch mathematischer Deduktion. Die formalen Kriterien (5) dienen dazu, eine geeignete Konvention zu setzen, d.h. eine Wahl zu treffen, die den konkreten mathematischen Erfordernissen angepaßt ist. Diese formalen Elemente können als 'Gegengewicht' zur Anbindung der Konventionen an die Erfahrung (2,3) verstanden werden.

Hier verdient zusammenfassend festgehalten zu werden, daß Jacobi diejenigen Grundgesetze der Mechanik, von denen er in seiner Vorlesung ausgeht ('Newtons' Bewegungsgesetze, d'Alemberts Prinzip, später das Prinzip der virtuellen Geschwindigkeiten) als Konventionen im hier erläuterten Sinne einführt. Da diese für ihn weder selbstevident noch aus selbstevidenten 'Axiomen' deduzierbar sind, beansprucht er weder für sie noch für die aus ihnen erschlossenen Folgesätze Sicherheit. Die Mechanik wird bei Jacobi zu einer grundsätzlich *fehlbaren* Wissenschaft. Mit dieser Auffassung setzt er sich insbesondere bewußt von Lagrange ab.⁶⁷ Wissenschaftstheoriegeschichtlich ist hier der Übergang von einem 'Certismus', der an ein sicheres Fundament des Wissens glaubt, zu einem 'Fallibilismus', der mit der grundsätzlichen

⁶⁶ *Analytische Mechanik*, 3-4/4-5.

⁶⁷ Hierzu vom Verfasser in Vorbereitung: 'Jacobis Kritik an Lagrange: Ein unbeachteter Beitrag zur Grundlegung der analytischen Mechanik'.

Fehlbarkeit des Wissens rechnet, zu konstatieren.⁶⁸ Es scheint, daß Jacobi innerhalb der analytischen Tradition der Mechanik der erste überhaupt⁶⁹ war, der diesen (sich erst später in aller Deutlichkeit manifestierenden) Wandel im Wissenschaftsverständnis der Mechanik gesehen und unterstützt hat. In diesem Sinne ist seine *Analytische Mechanik* auch die erste, die es verdient, 'kritisch' genannt zu werden.

3.3. Vergleich: Konventionen bei Jacobi und Poincaré

Jacobi hat seine Überlegungen zum 'konventionalen' Charakter mechanischer Prinzipien nicht systematisch ausgearbeitet;⁷⁰ einen artikulierten *Konventionalismus* wird man bei ihm vergeblich suchen. Dieses wissenschaftstheoretische Etikett ist untrennbar (wenn auch nicht unproblematisch) mit dem Namen Henri Poincaré verbunden.⁷¹

Poincaré hat seine diesbezüglichen Anschauungen bekanntlich zunächst in Auseinandersetzung mit der Geometrie entwickelt. Erst später, in seiner Diskussion der Mechanik Heinrich Hertz' (1897) und in nachfolgenden Beiträgen dehnte er seine wissenschaftstheoretischen Überlegungen auch auf die Mechanik und die Physik generell aus.⁷²

Es liegt nahe, Poincarés und Jacobis Begriffe 'mechanischer' Konventionen einander gegenüberzustellen. Wir gehen nicht auf sprachliche, metrische und andere von Poincaré unterschiedenen Festsetzungen ein. Vielmehr beschränken wir uns auf die hier 'eigentlich interessanten Konventionen',⁷³ nämlich die Prinzipien der Mechanik und Physik, die nach Poincaré als allgemeinste Gesetze einen Theoriebildungsprozeß abschließen. Hierzu zählt er neben den drei 'Newtonschen' Bewegungsgesetzen unter anderem auch das Energieerhaltungsprinzip. 'Diese Prinzipien sind Übereinkommen [conventions] und verkleidete Definitionen [...]. Sie sind indessen von experimentellen Gesetzen abgeleitet, diese Gesetze sind sozusagen als Prinzipie hingestellt, denen unser Verstand absolute Gültigkeit beilegt.'⁷⁴

Für Poincaré hat die Erfahrung zwar eine leitende Funktion bei der Festlegung der Prinzipien, jedoch nicht im Sinne einer direkten und eindeutigen Bestimmung. So ist etwa das Trägheitsprinzip gar kein empirischer Satz, weil seine Voraussetzungen nirgendwo der Erfahrung entsprechen. Ebenso ist ein solches Prinzip nicht *a priori* deduzierbar: 'Das Trägheitsgesetz drängt sich uns nicht *a priori* auf...'.⁷⁵ Die Auszeichnung eines Gesetzes als Prinzip erfolgt immer innerhalb eines freien Spielraums und bleibt daher Sache eines 'Übereinkommens', durch das die Gültigkeit dieses Prinzips erst *festgesetzt* wird. Hierin liegt der definitorische Charakter dieser Konventionen ('verkleidete Definitionen'). Allerdings: 'Dieses Übereinkommen ist jedoch nicht

⁶⁸ Alwin Diemer/Gert König, 'Was ist Wissenschaft?', in: *Technik und Wissenschaft* (Technik und Kultur, Bd. 10. Hg. von Armin Hermann/Charlotte Schönbeck; Düsseldorf, 1991), 3–28, (6).

⁶⁹ Dies gilt nicht nur für die französische Tradition (vgl. 3.1), sondern auch unter Einbeziehung Hamiltons. Zu dessen Kantianismus s. Hankins (Anm. 9), 172–180.

⁷⁰ Möglicherweise hat Jacobi eine solche Ausarbeitung auch nicht mehr leisten *können*, was plausibel würde, wenn man die widrigen Umstände seiner letzten drei Lebensjahre bedenkt. S. hierzu näher Koenigsberger (Anm. 1).

⁷¹ Poincaré selber hat die Bezeichnung 'Konventionalismus' nicht auf seine wissenschaftstheoretische Position angewandt. Gegen einen 'radikalen' Konventionalismus, etwa eines E. LeRoy, hat er sich explizit abzugrenzen versucht. Vgl. hierzu Diederich (Anm. 61).

⁷² S. neben Poincaré 1897 (Anm. 61) auch: Henri Poincaré, 'Sur les principes de la Mécanique', *Bibliothèque du Congrès Internationale de Philosophie 1900*, (Paris, 1901), III, 457–494, auch in: *Wissenschaft und Hypothese* (Leipzig, 1906; orig.: *La Science et l'Hypothese*, Paris, 1902), Kap. 6–8.

⁷³ Diederich (Anm. 61), 52.

⁷⁴ Poincaré 1906 (Anm. 72), 140.

⁷⁵ *Ibid.*, 94.

absolut willkürlich [...]; wir nehmen es an, weil gewisse Experimente uns bewiesen haben, daß es bequem ist.⁷⁶ So werden von Poincaré verschiedene Varianten des Trägheitsprinzips erörtert, das 'Newtonsche' ist besonders vorteilhaft allein aufgrund seiner Einfachheit.

Einige Gemeinsamkeiten in den Auffassungen Jacobis und Poincarés zu mechanischen Prinzipien als Konventionen liegen auf der Hand: die grundsätzliche Wählbarkeit von Konventionen (4), natürlich ihre mathematische Unbeweisbarkeit (1), die leitende Funktion der Erfahrung bei ihrer Setzung (3), Einfachheit und Plausibilität ((5), man vergleiche Poincarés Begriff der 'Bequemlichkeit', der auch formale Einfachheit meint⁷⁷) findet man bei beiden Mathematikern. Jacobi geht nicht soweit, Konventionen wie Poincaré explizit als 'verkleidete Definitionen' einzuführen. Seine Bemerkungen zum Trägheitsprinzip zumindest gehen jedoch deutlich von der Idee aus, daß dieses Prinzip erst *definiert*, was unter einer Trägheitsbewegung überhaupt zu verstehen sei.⁷⁸ Die direkte, theorieunabhängige empirische Verifikation dieser Konvention ist also auch bei Jacobi ausgeschlossen.

Der wichtigste Unterschied beider Auffassungen dürfte darin liegen, daß Poincaré die einmal per Konvention zu Prinzipien erklärten Gesetze der Überprüfung durch die Erfahrung ((2) bei Jacobi) gänzlich entzieht. So bemerkt er zum Trägheitsprinzip: 'Niemand denkt indessen ernstlich daran, daß das Gesetz, von dem wir sprechen, jemals aufgegeben oder verbessert werden könnte [...] weil man es niemals einer entsprechenden Probe unterwerfen kann.'⁷⁹ Poincarés Konventionen sind gewissermaßen 'immun' gegenüber neuen Erfahrungsdaten, weder widerlegbar noch verbesserungsfähig. Jacobi nimmt hierzu nicht explizit Stellung, dürfte diesen Standpunkt jedoch kaum teilen. Seine starke Betonung des 'Standpunktes der reinen Mathematik'⁸⁰ bei der Festlegung von Konventionen legt nahe, daß er die Überprüfung durch Erfahrung (2) nicht im Detail reflektiert hat. Die Kennzeichnung mechanischer Prinzipien als nur 'probabel' spricht jedoch dafür, daß er die ihre empirische Widerlegung für möglich hielt. Poincaré behauptet dagegen in der Regel⁸¹ die 'absolute Gültigkeit' der zu Konventionen erklärten Prinzipien gerade aufgrund ihrer 'Immunität'.

In der historischen Perspektive wesentlicher ist uns jedoch eine Gemeinsamkeit, auf die wir zum Schluß aufmerksam machen wollen. Auf die 'klassische' Frage, ob die Prinzipien der Mechanik als synthetische Sätze *a priori* oder als empirische Sätze aufzufassen sind, hätte Jacobi nicht anders als Poincaré geantwortet, nämlich mit einem definitiven: *weder noch*. Jacobis *Analytische Mechanik* legt nahe, die historischen Wurzeln des Konventionalismus nicht allein in der Diskussion um die nichteuklidischen Geometrien, sondern auch in der (von Poincaré so genannten und älteren) 'Physik der Prinzipien' und der mathematischen Physik des späteren 19. Jahrhunderts allgemein zu suchen.

⁷⁶ Ibid., 138.

⁷⁷ S. hierzu Diederich (Anm. 61), 49.

⁷⁸ Vgl. Zitat 65 oben und Poincaré) 1906 (Anm. 72), 93–99.

⁷⁹ Poincaré 1906 (Anm. 72), 98.

⁸⁰ Vgl. die Zitate 60, 65 und 66 oben.

⁸¹ Poincarés Stellungnahmen sind in diesem Punkt allerdings nicht immer eindeutig: Der 'absoluten Gültigkeit' (vgl. Zitat 74) der Prinzipien als 'verkleideten Definitionen' steht an anderer Stelle die Bemerkung gegenüber: 'Le principe, désormais cristallisé pour ainsi dire, n'est plus soumis au contrôle de l'expérience. Il n'est pas vrai ou faux, il est commode.' Henri Poincaré, *La Valeur de la Science* (Paris, 1905), 239. Auf seine schwankende Beurteilung insbesondere der 'Newtonschen' Prinzipien weist Wright (Anm. 72, 287–293, 395, 490) hin.

4. Schluß

C. Neumann beklagte 1908, daß die *Analytische Mechanik* 'bis jetzt leider nicht gedruckt ist'.⁸² Leider, so ist hinzuzufügen, wurde sie *bis heute* nicht publiziert, noch wurden Neumanns oder Leo Koenigsbergers kurze Notizen zu dieser Vorlesung bisher aufgegriffen.⁸³ Dennoch ist davon auszugehen, daß diese Vorlesung Jacobis nicht einflußlos blieb: Als einer der Väter des Königsberger mathematisch-physikalischen Seminars wie später auch als Mitglied der Berliner mathematischen Schule war Jacobi neben Franz Ernst Neumann der vermutlich wirkungsmächtigste deutsche mathematische Physiker des 19. Jahrhunderts. Der direkte Einfluß seiner mathematischen Naturphilosophie auf den Kreis seiner Schüler und die mittelbare Wirkung auf Vertreter der 'zweiten Generation' bedarf jedoch noch einer gründlichen historischen Aufarbeitung.

Einen nachhaltigen und nachweisbaren Einfluß übte die *Analytische Mechanik* insbesondere auf Carl Neumann aus, einem der produktivsten mathematischen Physiker der zweiten Jahrhunderthälfte in Deutschland. Neumann machte sich Jacobis kritischen Standpunkt, auch in seinen eigenen Arbeiten zur Analytischen Mechanik, zu eigen. Mit seiner Leipziger Antrittsvorlesung *Ueber die Principien der Galilei-Newton'schen Theorie*⁸⁴ setzte er sich noch vor und unabhängig von Ernst Mach mit dem Trägheitsprinzip und dem von Newton postulierten absoluten Raum auseinander und löste eine lebhaft Diskussions über die Gültigkeit der Newtonschen Prinzipien aus, die bis zum Ende des 19. Jahrhunderts und damit bis zum Ende der klassischen Mechanik andauerte.

Es ist kein Zufall, daß sich Neumann dieses Themas gerade zu einer Zeit annahm, als er die Nachschrift der *Analytischen Mechanik* kennengelernt hatte. Diese Kritik der klassischen Mechanik 'von Innen' wurde angeregt durch den Mathematiker, der zu ihrer Formvollendung nach Lagrange und neben Hamilton am stärksten Beitrag: C. G. J. Jacobi.

Danksagung

Die Mitarbeiterinnen und Mitarbeiter des Akademie-Archivs (Berlin), insbesondere Herr Klauß, unterstützten mich freundlich bei der Sichtung des Jacobi-Nachlasses. Frau Pflughaupt (Staatbibliothek zu Berlin, Haus 1), Herr Hofer (Universitätsbibliothek der Humboldt-Universität, Berlin), Herr Rohlfing (Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek Göttingen) und Herr Wiemer (Universitätsarchiv Leipzig) stellten Archivmaterial und (oder) biographische Informationen zu den Jacobi-Schülern Borchardt, Magener und Scheibner bzw. zu Clebsch und C. Neumann bereit, und Herr Kraftt (Institut für Physik der Ruhr-Universität Bochum) gab mir nützliche Hinweise zu E. R. Neumann und M. Kraftt (Marburg). Das Institut für Mathematik der Ruhr-Universität erteilte die Genehmigung zur Veröffentlichung aus der Nachschrift A* der *Analytischen Mechanik* von Scheibner. Herbert Pieper (TU Berlin) schließlich gab mir wichtige Informationen zur Jacobi-Literatur. Ihnen allen gilt ebenso mein herzlicher Dank wie Gert König (Bochum) und Ivor Grattan-Guinness (Enfield) für Diskussion und Kritik dieses Beitrages.

⁸² Neumann (1908, Anm. 21), 82.

⁸³ Neumann 1869 (Anm. 16), Neumann 1908 (Anm. 21) und Koenigsberger (Anm. 1), 428–429.

⁸⁴ Carl Neumann, *Ueber die Principien der Galilei-Newton'schen Theorie. Akademische Antrittsvorlesung gehalten in der Aula der Universität Leipzig am 3. November 1869* (Leipzig, 1870). Kurz zuvor hatte er die *Analytische Mechanik* Jacobis kennengelernt und die Kritik der Prinzipien der Mechanik intensiv studiert (vgl. Anm. 16 und Anm. 21).

Copyright of Annals of Science is the property of Taylor & Francis Ltd and its content may not be copied or emailed to multiple sites or posted to a listserv without the copyright holder's express written permission. However, users may print, download, or email articles for individual use.