Math. Semesterber. (1995) 42:99–132

Mathematische
Semesterberichte

„... das Wesen der reinen Mathematik verherrlichen“

Reine Mathematik und mathematische Naturphilosophie bei C.G.J. Jacobi. Mit seiner Rede zum Eintritt in die philosophische Fakultät der Universität Königsberg aus dem Jahre 1832

Eberhard Knobloch[1], Herbert Pieper[1], Helmut Pulte[2]

[1]Institut für Philosophie, Wissenschaftstheorie, Wissenschafts- und Technikgeschichte, TU Berlin, Ernst-Reuter-Platz 7, D-10587 Berlin
[2]Institut für Philosophie, Ruhr-Universität Bochum, Universitätsstr. 150, D-44780 Bochum

Eingegangen am 21.6. 1994 / Angenommen am 14.10.1994

Gliederung

Zusammenfassung. C.G.J. Jacobi gehört zu den prägenden Gestaltern der Mathematik in der ersten Hälfte des 19. Jahrhunderts. Dies gilt für seine Forschungs- und Lehrtätigkeit, aber auch für sein Mathematikverständnis allgemein. Mit seiner Konzeption der Mathematik als einer autonomen, *reinen*, d.h. erfahrungs- und anwendungsunabhängigen *Mathematik* grenzt er sich insbesondere explizit gegen die zeitgenössische französische Tradition ab. Im Kontext dieser Wissenschaftsauffassung versucht er, Antworten auf die Fragen nach dem Grund

des *Fortschritts* der Mathematik und ihrer *Anwendbarkeit* zur Beschreibung der Realität zu formulieren. Im vorliegenden Beitrag werden Jacobis diesbezügliche Anschauungen und ihre Veränderungen dargestellt und vor dem Hintergrund der zeitgenössischen Mathematik und Philosophie analysiert. Im Mittelpunkt steht dabei das ausführlichste von Jacobi erhaltene Dokument zum Themenkomplex: eine lateinische Rede, die er zum Eintritt in die Königsberger philosophische Fakultät im Jahre 1832 hielt. Diese Rede wird hier erstmals in deutscher Übersetzung wiedergegeben und ausführlich kommentiert.

1 'Reine' Mathematik beim jungen Jacobi und in seiner Zeit

> *Das Leben der Götter ist Mathematik, sagt Novalis mit Recht, denn mein Leben ist jetzt das Leben der Götter.*
> (C.G.J. Jacobi an seinen Bruder M.H. Jacobi, Sept. 1831)[1]

1.1 Philologie, Poetik und reine Mathematik: Der geistesgeschichtliche Hintergrund

Carl Gustav Jacob Jacobi (1804–1851) war kein Freund falscher Bescheidenheit. „Ich hatte mir durch glänzende Entdeckungen einen nicht unbedeutenden Ruf in der Gelehrtenwelt gegründet"[2], schrieb er beispielsweise im Jahre 1827, erst 22 Jahre alt, in einem Anstellungsgesuch an sein Berliner Ministerium. Inhaltlich traf diese Feststellung vollkommen zu. Die Form seines Auftretens aber war wohl der Grund dafür, daß er von vielen Zeitgenossen „für äußerst anmaßend gehalten"[3] wurde. Jacobi sah sich früh mit dieser Kritik konfrontiert und bezog folgendermaßen Stellung:[4]

> Jeder, der die Idee einer Wissenschaft in sich trägt, kann nicht anders als die Dinge danach abschätzen, wie sich der menschliche Geist in ihnen offenbart: nach diesem großen Maßstab muß ihm daher manches als geringfügig vorkommen, was den andern ziemlich preiswürdig erscheinen kann. So hat man auch mir oft Anmaßung vorgeworfen, oder, wie man mich am schönsten gelobt hat, indem man einen Tadel auszusprechen meinte, ich sei stolz gegen alles Niedere und nur demüthig gegen das Höhere. Aber jener unendliche Maßstab, den man an die Welt in sich und außer sich legt, hindert vor aller Überschätzung seiner selbst, indem man immer das unendliche Ziel im Auge hat und seine beschränkte Kraft. In jenem Stolze und jener Demuth will ich immer zu beharren streben, ja immer stolzer und immer demüthiger werden.

Die 'Idee einer Wissenschaft' und die Bewertung *gerade ihrer* Dinge danach, 'wie sich der menschliche Geist in ihnen offenbart': Dies ist keine hohle, der Selbststilisierung dienende Rede, sondern formuliert die hohen Erwartungen, die der gerade zwanzigjährige Jacobi an die Wissenschaften im allgemeinen und die Mathematik im besonderen richtet. Sein 'Wissenschaftspathos' ist echt, aber in seiner Authentizität nur aus der Zeit heraus zu begreifen:

Jacobi verkörpert in verschiedener Hinsicht geradezu idealtypisch eine Entwicklung, die in der Folge von idealistischer Philosophie und einem 'neuhumanistischen' Konzept wissenschaftlicher Bildung im Deutschland des frühen

19. Jahrhunderts dazu führte, daß Mathematik zu einem autonomen Bildungsgut wurde, d.h. daß sie sich nicht mehr über Gegenstands- und Anwendungsbezüge legitimieren mußte, sondern auf ihren Beitrag zur geistigen Schulung und zur Erlangung einer allgemeinen Orientierungsfähigkeit verweisen konnte.[5]

Der Naturforscher Alexander von Humboldt, der mit Jacobi seit Beginn des Jahres 1828 in einem intensiven Gedankenaustausch stand (Pieper 1987), brachte die Wissenschaftsauffassung des 'Neuhumanismus' und den Stellenwert der Mathematik bereits 1797 folgendermaßen zum Ausdruck:[6]

> In einem Zeitalter, wo man Früchte oft vor der Blüte erwartet, und vieles darum zu verachten scheint, weil es nicht *unmittelbar* Wunden heilt, den Acker düngt, oder Mühlräder treibt, ... vergißt [man,] daß Wissenschaften einen inneren Zweck haben und verliert das eigentliche litterarische Interesse, das Streben nach Erkenntniß, als Erkenntniß, aus dem Auge.
>
> Die Mathematik kann nichts von ihrer Würde einbüßen, wenn sie als bloßes Object der Speculation, als unanwendbar zur Auflösung praktischer Aufgaben betrachtet wird. [Denn:] Alles ist wichtig, was die Gränzen unseres Wissens erweitert, und dem Geist neue Gegenstände der Wahrnehmung oder neue Verhältnisse zwischen dem Wahrgenommenen darbietet.

Was hier der Mathematik schon früh von Seiten der Naturforschung zugestanden wird, nämlich ihre Legitimität *unabhängig* von jedweder Anwendbarkeit, wird in der Folge fester Bestandteil des Wissenschafts- und Bildungsbegriffes im 'Neuhumanismus'. In der Betonung der schöpferischen Kraft des Geistes, des 'Selbstdenkens' gegenüber passiver Rezeption, des Genialischen gegenüber bloßer Reproduktion und mechanischer Anwendung, der spekulativen Theorie gegenüber ungeformter Erfahrung, gewinnt denn auch die 'reine' Mathematik im Bildungsbewußtsein der ersten Jahrzehnte des 19. Jahrhunderts eine herausragende Rolle, vergleichbar nur mit derjenigen, die den alten Sprachen *per se* zukam.

In der Tat hat Jacobi, der ganz in dieser Tradition aufwuchs, lange mit der Wahl 'seiner' Wissenschaft gezögert: Drei Semester gehörte er dem Seminar des berühmten Berliner Altphilologen August Boeckh (1785–1867) an, bevor er sich, vor die Alternative gestellt, „entweder der Philologie oder der Mathematik zu entsagen"[7], ganz für die Mathematik entschied. Boeckh, der sich besonders um eine *methodologische* Fundierung seiner Disziplin bemühte, hat einen unverkennbaren Einfluß auf Jacobis Wissenschaftsauffassung genommen. Für ihn erschöpfte sich die Altphilologie nicht im bloßen Nachvollzug der Texte der Antike. Zwar gehe es ihr um eine „Erkenntnis des Erkannten"[8]; ein wirkliches Verständnis könne jedoch nur durch eine gleichsam kongeniale Nachkonstruktion des Denkens der Klassiker gelingen: „In Wahrheit hat die Philologie einen höheren Zweck; er liegt in der historischen Construction des ganzen Erkennens und seiner Theile und in dem Erkennen der Ideen...; auch in der Philologie ist das productive Vermögen eben die Hauptsache...".[9] Jacobi betont später nicht minder das schöpferische und kreative Element in der Mathematik, die freie 'Construction' gegenüber bloßer 'Rekonstruktion'. Sein oben bereits anklingendes Wissenschaftspathos wurde durch Boeckh zweifellos beflügelt: „Gerade in der Unendlichkeit liegt das Wesen der Wissenschaft; ... wo die Unendlichkeit aufhört, ist die Wissenschaft zu Ende".[10]

Jacobi hat das verklärende Bild des 'Neuhumanismus' von Wissenschaft und Bildung der Antike, die von ihm bewunderte „innere Herrlichkeit des alten hellenischen Lebens"[11], zu seiner Lebensform entwickelt: „ ... so muss ich es als den Grundzug seines Wesens bezeichnen, dass er ganz in der Welt der Gedanken lebte und dass in ihm ... das Denken, zum habituellen Zustande und wie zur zweiten Natur geworden war"[12], bemerkt P.G.L. Dirichlet (1805–1859) treffend in seiner Gedächtnisrede auf Jacobi.

Nachdem Jacobi sich ganz für die Mathematik entschieden hatte, wurde *sie* der 'unendliche Maßstab' (s.o.), an dem eine eigentlich so zu nennende *Wissenschaft* zu messen sei: Anläßlich seiner Promotion im Jahre 1825 verteidigte er in der Disputation neben einer philologischen und verschiedenen fachmathematischen Thesen auch einen Satz des 'Dichterfürsten' Novalis (Friedrich Freiherr von Hardenberg, 1772–1801): „Egregie asserit Novalis poeta: Der Begriff der Mathematik ist der Begriff der Wissenschaft überhaupt. Alle Wissenschaften müssen daher streben, Mathematik zu werden."[13]

Es zeugt von Jacobis früher geistiger Unabhängigkeit und seinem kritischen Unterscheidungsvermögen, daß er sich bereits in seiner Disputation nicht etwa auf eines seiner großen mathematischen Vorbilder beruft, unter denen an erster Stelle Leonhard Euler (1707–1783) zu nennen ist. Auch hätte man vielleicht erwarten können, daß er seine Mathematikauffassung explizit an einem der Vertreter des deutschen Idealismus orientiert – der damals dominierenden philosophischen Richtung, der auch der junge Jacobi zunächst durchaus aufgeschlossen gegenüberstand und deren einflußreichster Vertreter, Georg Wilhelm F. Hegel (1770–1831), nicht nur Jacobis philosophischer Lehrer, sondern auch Mitglied seiner Prüfungskommisson war.[14] Doch beide denkbaren 'Ankerpunkte' kamen für ihn nicht in Frage: Euler rechtfertigte noch die Notwendigkeit der 'höheren Mathematik' durch ausgiebige 'Beweise' ihres 'unwiderlegbaren' naturwissenschaftlich-technischen Nutzens. Allein die Begründung, daß „die Analysis unsere Denkkraft schärft und so zur Aufnahme der Wahrheit vorbereitet"[15], erschien ihm zur Verteidigung keineswegs hinreichend.

Hegel andererseits billigte der Mathematik zwar als „Wissenschaft der endlichen Größenbestimmungen" den Status einer vollkommenen und autonomen „Verstandeswissenschaft" zu .[15] Gerade für die Analysis aber, der wichtigsten Leistung der neuzeitlichen Mathematik, beansprucht er gegenüber der Mathematik einen 'Begründungsprimat' für die *Philosophie*, da die Analysis eben nicht auf endlichen Größenbestimmungen beruhe.[17]

Nach Jacobis Verständnis hingegen kann *Mathematik als autonome Wissenschaft* weder über ihre praktischen Anwendungen gerechtfertigt werden (Euler), noch kann sie sich von philosophischen Systemen einschränken lassen und ihre eigene Begründung dorthin delegieren (Hegel). Explizit verteidigte er folgerichtig schon 1825 in seiner Disputation Lagranges algebraische Grundlegung der Analysis, die von Hegel gerade angegriffen wurde.[18]

Jacobis Anknüpfung an Novalis ist somit keineswegs vordergründig und zufällig, denn für den Dichter ist die Mathematik neben der Poetik *die* universale und fundamentale Wissenschaft: „Die Basis aller Wissenschaften und

Künste muß eine Wissenschaft und Kunst sein – die man der Algebra vergleichen kann." Es ist der produktive und dabei gleichzeitig methodische Charakter der Mathematik, gewissermaßen ihre 'selbstbeschränkte Freiheit', die ihre Wissenschaftlichkeit ausmacht: „Die Mathematik ist echte Wissenschaft, weil sie gemachte Kenntnisse enthält, Produkte geistiger Selbstthätigkeit; weil sie methodisch genialisiert."[19]

Wenn Novalis für sein 'Beziehungsuniversum' von Wissenschaften und Künsten erklärt: „Die ganze Mathematik ist eigentlich eine Gleichung im großen für die andern Wissenschaften"[20], so ist eine seiner 'Partikulargleichungen' für den *jungen* Jacobi besonders wichtig – nämlich die Gleichsetzung von Mathematik und Natur. Für Novalis, der mit der Philosophie des Neuplatonismus durch Plotin (205–270) bestens vertraut war, ist die Mathematik *per definitionem* eine Naturwissenschaft in dem Sinne, daß ihre Strukturen stets Aussagen über die Natur implizieren: „Ihre Verhältnisse sind Weltverhältnisse", bemerkt er ausdrücklich, und: „Ihre vollständige Anwendbarkeit ist ein notwendiges Postulat ihres Begriffs. Sie ist der vollgültige Zeuge des Naturidealismus".[21]

Die *Anwendbarkeit* der Mathematik zur Naturbeschreibung und -erklärung ist weder bei Novalis noch, wie wir sehen werden, beim *jungen* Jacobi ein Problem, sondern vielmehr philosophische *Voraussetzung*. Jacobis spätere Berufung auf die Astronomie des Johannes Kepler (1571–1630) als Zeugen für seine mathematische Naturphilosophie[22] liegt ganz auf dieser Linie, denn für den vom Neuplatonismus stark beeinflußten Kepler ist die Aufdeckung der *mathematischen* 'Weltharmonie' *das* forschungsleitende Motiv schlechthin.

1.2 Reine Mathematik innerhalb der zeitgenössischen Mathematik und Philosophie

'Reine Mathematik' oder 'Mathesis Pura' wurde (mit unterschiedlicher Akzentuierung) schon im 18. Jahrhundert von 'angewandter Mathematik' bzw. 'Mathesis Mixta' (oder 'Mathesis Applicata') unterschieden, spielte aber innerhalb des Kanons der Mathematik keine erhebliche Rolle. Daß sich 'reine Mathematik' im frühen 19. Jahrhundert in Deutschland konzeptionell und institutionell entfalten konnte, ist ein Spezifikum, das durch die geistige Strömung des 'Neuhumanismus' *allein* nicht verstanden werden kann. Als weitere 'Bedingungen der Möglichkeit' hierfür sind wissenschaftsphilosophische Einflüsse im engeren Sinne und innermathematische Problemkonstellationen zu berücksichtigen.

Innermathematisch ist dabei im frühen 19. Jahrhundert eine stärkere Hinwendung zu Grundlagenfragen bedeutsam. Sie vollzieht sich zunächst in der Analysis und Arithmetik (hier ist in Deutschland besonders die 'kombinatorische Schule' Hindenburgs zu nennen), später auch innerhalb der Geometrie, und kann als Reaktion auf die Überbetonung des Anwendungsgesichtspunktes in der zweiten Hälfte des 18. Jahrhunderts verstanden werden. Wie in seiner 'neuhumanistischen' Orientierung, ist Jacobi auch hierin ein typisches Beispiel, wie seine frühe Parteinahme für Lagranges 'algebraische' Analysis (s. 1.1) und seine

Beschäftigung mit der Kombinatorischen Analysis[23], aber auch seine späteren mathematischen Arbeiten, insbesondere zur Theorie der elliptischen Funktionen (s. 1.3), zeigen.

Auf der Seite der (Wissenschafts-)Philosophie im engeren Sinne war es Immanuel Kant (1724–1804), der mit seiner erkenntnistheoretischen Prämisse einer 'reinen Anschauung' den Versuch einer autonomen (d.h. hier: nichtempirischen) Begründung der Mathematik unternahm. Die von ihm postulierte Existenz synthetischer Sätze a priori, d.h. notwendiger, erfahrungsunabhängiger und (dennoch) *erkenntniserweiternder* Sätze, hatte für die zeitgenössische Mathematik große Anziehungskraft. Die Rezeption und Weiterentwicklung seines Standpunktes trug wesentlich mit dazu bei, daß sich reine Mathematik, gewissermaßen als 'Gegenprojekt' zu den in England und Frankreich dominierenden empiristischen Auffassungen von Mathematik, in Deutschland etablieren konnte. So stützte sich der Mathematiker Georg Simon Klügel (1739–1812) auf die Kantische Unterscheidung von reiner und empirischer Anschauung, als er 1808 in seinem 'Mathematischen Wörterbuch' (unter dem Stichwort: 'Mathematik') die ältere Unterscheidung von reiner und angewandter Mathematik aufgriff und folgende Begriffsexplikation gab: „Die reine, welche die eigentliche Mathematik ist, heißt darum so, weil alle Begriffe, alle Schlüsse, alle Zusammensetzungen und Zerlegungen der Größen unmittelbar durch den Verstand gebildet werden, ganz rein und unabhängig von aller Hilfe der sinnlichen Erkenntniß und Erfahrung."[24] Klügel folgt Kant weiter, wenn er die reine Mathematik wiederum in „zwey große Abtheilungen"[25] unterteilt, die „Arithmetik im weitesten Verstande" (gemeine Rechenkunst, Buchstabenrechnung, Algebra, höhere Arithmetik über Formen und Eigenschaften der Zahlen, Analysis endlicher Größen, Analysis unendlicher Größen) und die „Geometrie". Innerhalb der angewandten Mathematik differenzierte er zwischen den Hauptteilen „physische angewandte Mathematik" (Mechanik, Optik, Astronomie) und „technische Mechanik"[26], die von der „politischen Rechenkunst" über die „praktische Geometrie" bis zu den Kriegswissenschaften und den Wissenschaften des „Seewesens" reicht. Alles zu „technischer Mathematik" Gehörende sah Klügel „nur als eine Sammlung von Anwendungen mathematischer Lehren an, ohne darum alle die genannten praktischen Wissenschaften in das System der Mathematik selbst aufzunehmen".[27]

August Leopold Crelle (1780–1855) folgte dieser Unterscheidung bereits im Titel seines 1826 gegründeten 'Journals für die reine und angewandte Mathematik', dem bevorzugten Publikationsorgans Jacobis. Tatsächlich dominierte in dieser ersten bedeutenden mathematischen Fachzeitschrift Deutschlands[28] fast von Beginn an eindeutig die reine Mathematik. Crelle, der in enger Verbindung zu Jacobi stand[29], forderte ganz in dessen Sinne eine „fleissige Übung des *Urtheils vermittels der Mathematik*" und warnte vor einer Ausbildung, die direkt „auf *Anwendungen* berechnet" und daher zu „richtigen Anwendungen noch nicht hinreichend" sei: „ ... der mathematische *Geist*, oder die mathematische *Art zu denken*, muß der Leitfaden sein."[30]

Folgte nun Klügel, wie wir sahen, im wesentlichen einer Trennung von reiner und angewandter Wissenschaft im Sinne Kants, so forderte er andererseits eine

spezifische, gegenstandsorientierte Methodologie für die (reine) Mathematik, die bei Kant noch fehle, weil dieser Mathematik *und* Philosophie als Wissenschaften von den Größen behandle: „Das Wesen einer Wissenschaft beruht auf ihrem Gegenstand und ihre Methode wird durch diese bestimmt."[31]

Man kann die 1822 veröffentlichte 'Mathematische Naturphilosophie' des Philosophen, Mathematikers und Naturforschers Jakob Friedrich Fries (1773–1843) als den frühesten Versuch von philosophischer Seite ansehen, diese Forderung einzulösen.[32] Fries, der sich unter den großen philosophischen 'Systembildnern'[33] im Anschluß an Kant noch am stärksten an *dessen* System orientierte, arbeitete hier eine „Philosophie der reinen Mathematik" aus, wobei er die reine Mathematik als „das vollständige System der mathematischen Formen"[34] bestimmte. Die von Kant verlangte *Konstruierbarkeit* der Begriffe in der reinen Anschauung als Charakteristikum mathematischer (gegenüber philosophischer) Erkenntnis geschieht (wie bei Kant) „mit Hülfe der productiven Einbildungskraft der *eignen Einsicht* (ohne Beyhülfe sinnlicher Wahrnehmung)". Aus diesem spontanen Vernunftvermögen in Verbindung mit der (Kantischen, reinen) „Anschaulichkeit" und der „Nothwendigkeit" der mathematischen Erkenntnis läßt sich nach Fries „alle Eigenthümlichkeit der mathematischen Wissenschaften ableiten. Dem gemäß bestimmt die angewandte Logik die Regeln der mathematischen Methode."[35]

Der entscheidende Unterschied zu Kant liegt nun darin, daß Fries als *Begründungsinstanz* für die Notwendigkeit mathematischer Erkenntnis nicht die reine Anschauung, sondern die produktive Einbildungskraft der Vernunft ansetzt. Die reine Anschauung wird gewissermaßen vom „Beweismittel" zum „Hilfsmittel" mathematischer Erkenntnis degradiert.[36] Fries trägt damit, dies kann hier nur angedeutet werden, in gewissem Sinne der Entwicklung der Mathematik Rechnung und 'öffnet' sie für (im Kantischen Sinne) 'nicht-anschauliche', abstrakte Begriffsbildungen.

Kann man hierin auch einen generellen Zug der Philosophie der Mathematik im Anschluß an Kant erblicken[37], so sind es Fries' wissenschaftstheoretische Auffassungen im engeren Sinne, d.h. die Ausbildung einer eigenständigen Methodologie der reinen (und angewandten) Mathematik, wie sie bereits Klügel gefordert hatte, die sein System der zunehmend philosophiekritisch eingestellten Mathematik der Zeit noch am stärksten empfahl. Carl Friedrich Gauß (1777–1855) etwa unterzog die zeitgenössische Philosophie generell einer harschen Kritik: „Sehen Sie sich doch nur bei den heutigen Philosophen um, bei Schelling, Hegel, Nees von Esenbeck und Consorten, stehen Ihnen nicht die Haare bei Ihren Definitionen zu Berge. ... Aber selbst mit Kant steht es oft nicht besser ...".[39] Fries' Position hingegen wurde von ihm verschiedentlich anerkennend erwähnt und war für ihn in der zeitgenössischen Philosophie der einzige 'Ankerpunkt' für eine Begründung der Mathematik.[39]

Fries hielt eine 'Philosophie der Mathematik' für unverzichtbar, um zu einer sicheren Begründung mathematischer Erkenntnis zu gelangen; gleichwohl wurde seine Methodologie für die Ausbildung einer autonomen (d.h. *hier*: von der Philosophie 'emanzipierten') Mathematik wichtig.[40] Auf diese Autonomie, aber auch auf den durch Sicherheit und Evidenz der Erkenntnis gekennzeichneten „Vorzug der Mathematik vor allen anderen Wissenschaften"[41] kam es Gauß gerade an. Von ihm sind folgende Worte überliefert, die durchaus auch auf das Verhältnis der Mathematik zur Philosophie angewandt werden können: „Die Mathematik sei die Königin der Wissenschaften. ... [Sie] lasse sich dann öfter herab, der Astronomie und anderen Naturwissenschaften einen Dienst zu erweisen, doch gebühre ihr unter allen Verhältnissen der erste Rang."[42]

Jacobi stimmt mit diesem Urteil Gauß' vollkommen überein. Weniger noch als Gauß hat er explizit die *schulphilosophischen* Begründungsversuche der Mathematik seiner Zeit diskutiert oder erkennbar rezipiert. Insofern ist er ein *besseres* Beispiel als Gauß[43] für die zunehmende Trennung von Mathematik und Philosophie in der ersten Hälfte des 19. Jahrhunderts.

Dabei ist jedoch unübersehbar, daß Jacobi die Implikationen der (hier nur angedeuteten) philosophischen Entwicklung an seine Mathematikauffassung assimiliert und *praktisch* umgesetzt hat: Auszeichnung einer erfahrungsunabhängigen, reinen Mathematik als der 'eigentlichen' (vgl. Klügel), Betonung ihres Bildungswertes, stärkere inhaltliche Orientierung an mathematischen Grundlagenproblemen, Befreiung vom Nützlichkeitsstandpunkt *und* philosophischer Bevormundung (vgl. auch 1.1) finden sich bei ihm gewissermaßen in 'Reinkultur' vereint. Wenn Lorey (in Hinblick auf Crelle) konstatiert, daß in Deutschland das Konzept der reinen Mathematik „für die folgenden Jahrzehnte für die gesamte Organisation des mathematischen Unterrichts an Universitäten wie an Höheren Schulen maßgebend geworden"[44] ist, so haben Jacobis Lehrtätigkeit und sein wissenschaftsorganisatorisches Wirken in Königsberg und Berlin hieran ganz erheblichen Anteil.

1.3 Die 'Ehre des menschlichen Geistes' und die 'Naturphilosophie': Jacobi und Fourier

„Man ist in Frankreich zu einem wahren Vorurtheil gegen die Kultur der reinen Mathematik gekommen"[45] , bemerkte Jacobis Gesinnungsverwandter A.L. Crelle, nachdem er sich 1830 auf einer Reise über den Stand der Mathematik im Nachbarland informiert hatte. Den französischen Mathematikern, die sich abgesehen von wenigen Außenseitern (wie etwa H. de Wronski) traditionellerweise v.a. an der mathematischen Physik orientierten[46], war die Mathematikauffassung eines Jacobi oder Crelle fremd. Jean Baptiste Joseph de Fourier (1768–1830) vertritt in einer Kontroverse mit dem 'reinen Mathematiker' Jacobi, die wir im folgenden darstellen, exemplarisch die Gegenposition des 'Physikomathematikers'.

Die Vorgeschichte dieser Kontroverse geht auf das Jahr 1828 zurück. In diesem Jahr fand der berühmte mathematische Wettstreit zwischen Jacobi und dem zwei Jahre älteren norwegischen Mathematiker Niels Henrik Abel (1802–1829) um den Ausbau der Theorie der elliptischen Funktionen statt. Die Arbeiten, die den Beginn dieser Theorie markieren, hatten Abel und Jacobi schon im Herbst 1827, noch unabhängig voneinander, publiziert. Mit der Kenntnisnahme der Arbeiten des jeweils anderen begann ein Wettkampf beider Mathematiker, der unter Aufgebot aller geistigen Kräfte geführt wurde. Dabei konnte sich der eine jeweils auf die Resultate des anderen stützen. Dirichlet bemerkt hierzu: „Indem Abel und Jacobi so die Theorie gleichzeitig in zwei verschiedenen Richtungen vervollkommneten, schien es, als habe das Schicksal die Ehre des zu vollbringenden Fortschritts gleichmäßig unter die jungen Wettkämpfer vertheilen wollen, denn die Art wie bald darauf einer die Erfindung des anderen weiterführte, ließ keinen Zweifel, daß jeder von ihnen, wäre ihm der andere nicht in einem Theile der Arbeit zuvorgekommen, den ganzen Fortschritt allein vollbracht haben würde."[47]

Wiederum parallel begannen beide Forscher, ihre Erkenntnisse in Monographien zusammenzufassen. Der erste Teil von Abels 'Précis d'une théorie des fonctions elliptiques'[48] erschien 1829 im vierten Band des Crelleschen 'Journals'. Im April 1829 lag Jacobis Buch 'Fundamenta nova theoriae functionum ellipticarum'[49] gedruckt vor. Kurz zuvor, am 6. April 1829, war Abel gestorben.[50]

Natürlich wurden die Ergebnisse Abels und Jacobis auch in Paris zur Kenntnis genommen, zunächst insbesondere von Adrien-Marie Legendre (1752–1833). Er beschäftigte sich über vierzig Jahre hinweg mit elliptischen Integralen (er nannte sie 'elliptische Funktionen', Abel und Jacobi untersuchten die Umkehrfunktionen der elliptischen Integrale) und hatte seine Resultate gerade in dem zweibändigen Werk 'Traité des Fonctions elliptiques'[51] vorgelegt. Er verfaßte nach der Kenntnisnahme der ersten Arbeiten Abels und Jacobis ein umfangreiches 'Supplément' zum 'Traité'.[52] Im ersten Teil widmete er sich vor allem den beiden von Jacobi gefundenen Theoremen über die Transformation elliptischer Integrale. Diese Theoreme finden sich in zwei Briefen des 23jährigen Königsberger Privatdozenten vom 13. Juni 1827 und vom 2. August 1827 an den Astronomen Heinrich Christian Schumacher (1780–1850) und wurden in den 'Astronomischen Nachrichten' im September 1827 veröffentlicht; drei Monate später brachte Jacobi dort auch den Beweis, bei dem er die Umkehrfunktion gewisser elliptischer Integrale gebrauchte.[53]

Die französischen Reaktionen auf diese Entwicklung verdienen eine ausführliche Wiedergabe. Legendre selber bemerkte in der Vorrede zu seinem 'Supplément':[54]

> Nachdem ich mich eine große Anzahl von Jahren der Theorie der elliptischen Funktionen gewidmet habe, für die der unsterbliche Euler die Fundamente gelegt hat, glaubte ich, die Resultate dieser langen Beschäftigung in einem Traité zusammenfassen zu müssen, der Mitte Januar 1827 erschienen ist. Bis dahin hatten sich die Geometer keinen Teil dieser Art von Forschung angeeignet; aber kaum war mein Werk erschienen, kaum konnte sein Titel ausländischen Gelehrten bekannt sein, als ich, mit ebensoviel Erstaunen als Genugtuung, erfuhr, daß zwei junge Geometer, die Herren *Jacobi* (C.-G.-J.) aus Königsberg und *Abel* aus Christiania, durch ihre eigenen Arbeiten Erfolg hatten, die Theorie der elliptischen Funktionen in ihren höchsten Punkten beträchtlich zu vervollkommnen.

In seinem jährlichen Bericht über die mathematischen Arbeiten der Pariser 'Académie royale des Sciences', die 1828 erschienen waren, ging nun Fourier, 'secrétaire perpétuel' der Akademie, einleitend auf Legendres 'Supplément' ein. Er berichtete von dessen Mitteilung über Jacobi und Abel und bedauerte, daß sein Bericht keine Details der Untersuchungen der beiden Mathematiker andeuten könne. Dann bemerkte er:[55]

Die mathematischen Wissenschaften erwarten neue Entdeckungen von diesen beiden ausgezeichneten Geometern ... . Die Theorie, mit der sie sich beschäftigt haben, ist ein umfassender Gegenstand, und sie verlangt große Anstrengungen. Sie ist besonders geeignet, die ungeheuer große Fruchtbarkeit der Analysis zu zeigen. Aber die Fragen der Naturphilosophie [les questions de la philosophie naturelle], die als Ziel das mathematische Studium aller bedeutenden Phänomene haben, sind auch ein würdiger und hauptsächlicher Gegenstand der Betrachtungen der Geometer. Man muß wünschen, daß die Personen, die am geeignetsten sind, die Wissenschaft des Kalküls zu vervollkommnen, ihre Arbeiten auf diese hohen Anwendungen lenken, die für den Fortschritt des menschlichen Verstandes so notwendig sind.

Am 21. Dezember 1829 legte Siméon-Denis Poisson (1781–1840) der Pariser Akademie einen Bericht über Jacobis 'Fundamenta nova theoriae functionum ellipticarum' vor, der teilweise 1830 gedruckt und dann vollständig im Band 10 der 'Mémoires de l'Academie Royale des Sciences de l'Institut de France' veröffentlicht wurde.[56] Darin zitiert er Fouriers Ansicht:[57]

Das von mir soeben durchgeführte Studium des Werkes des Herrn Jacobi hat nur dazu geführt, die Vorstellung zu bestätigen, die ich schon vom Verdienst seiner Entdeckungen in der Analysis und von der großen Fähigkeit hatte, die sie voraussetzen. Ebenso teile ich die Meinung und erinnere freudig an diese, die von einem unserer Sekretäre im Rechenschaftsbericht von 1828 ausgesprochen wurde, von der mir zu berichten bleibt: „die Fragen der Naturphilosophie", sagt Herr Fourier, „die als Ziel das mathematische Studium aller bedeutenden Phänomene haben, sind auch ein würdiger und hauptsächlicher Gegenstand der Betrachtungen der Geometer. ... [s.o.]"

Jacobi bezog in einem Brief an Legendre vom 2. Juli 1830 folgendermaßen Stellung zu Poissons Bericht:[58]

Ich habe mit Vergnügen den Bericht des Herrn Poisson über mein Werk gelesen, und ich glaube damit sehr zufrieden sein zu können ... . Aber Herr Poisson hätte in seinem Bericht nicht eine wenig passende Bemerkung des verstorbenen Herrn Fourier wiedergeben sollen, wo dieser letztere uns, Herrn Abel und mir, Vorwürfe macht, uns nicht vorzugsweise mit der Wärmeleitung beschäftigt zu haben. Zwar hatte Herr Fourier die Meinung, das Hauptziel der Mathematik sei der Gemeinnutzen und die Erklärung der Naturphänomene, aber ein Philosoph wie er hätte wissen müssen, daß das einzige Ziel der Wissenschaft die Ehre des menschlichen Geistes ist [le but unique de la science, c'est l'honneur de l'esprit humain] und daß bei diesem Anspruch eine Frage über Zahlen ebensoviel wert ist wie eine Frage über das Weltsystem.

Prägnanter ist die Differenz zwischen Fourier und Jacobi kaum auf den Punkt zu bringen. Fourier vertritt einen 'mathematischen Positivismus', auf den sich später insbesondere Auguste Comte (1798–1857) bezieht. Die Mathematik hat nach Fourier ihre Grundlage in der Empirie und kann sich nur in Verbindung mit dieser entwickeln. Jacobis idealistisch geprägter Mathematikauffassung (vgl. 1.1), nach der die Mathematik als Schöpfung des Geistes der Natur 'eingeprägt' wird, steht bei Fourier eine realistische Auffassung gegenüber. Ihr zufolge liegen die mathematischen Strukturen in der Außenwelt vor und können nur durch empirische Anschauung erfaßt werden. In seiner berühmten 'Théorie Analytique de la Chaleur' von 1822, die jene mathematische Behandlung der Wärmeleitung enthält, auf die Jacobi in seinem Brief an Legendre anspielt, findet sich die

Forderung: „Die mathematische Analyse muss also notwendig in greifbaren Beziehungen zu den Naturerscheinungen stehen. Ihr Inhalt ist keineswegs durch die Intelligenz des Menschen geschaffen, sie bildet ein präexistierendes Element des Universums, hat nichts Zufälliges, sondern ist der ganzen Natur eingeprägt."[59]

Fourier lehnt die Konzeption 'reiner Mathematik' eines Jacobi rundweg ab. Umgekehrt hat Jacobi keinen Zugang zur Mathematikauffassung Fouriers. Er sieht insbesondere nicht, daß für Fourier eine 'Frage über das Weltsystem' *auch* einen (und sogar den *einzigen*) Zugang zu 'Fragen über Zahlen' beinhaltet, d.h. daß hier die Mathematik durch Anwendungen nicht nur 'nach außen' legitimiert wird, sondern als Wissenschaft überhaupt erst im Bezug auf Naturphänomene konstituiert werden soll. Es handelt sich hier um *wissenschaftstheoretisch* diametral entgegengesetzte Entwürfe, die bemerkenswerterweise in der *Wissenschaftspraxis* von keinem der beiden Mathematiker konsequent umgesetzt werden konnten. So entfernt sich Fourier bei seiner 'phänomenalistischen' Behandlung der Wärmeleitung auffällig von den physikalisch relevanten Problemstellungen, die seine Arbeit zunächst motivierten. Seine Untersuchungen über die Eigenschaften von 'Fourierreihen' und die Entwickelbarkeit von Funktionen in diese Reihen[60] führen ihn geradewegs in Fragestellungen der reinen Mathematik.[61] Die spätere Klärung des Funktionsbegriffes, sicherlich ein 'würdiger' Gegenstand der Mathematik im Sinne Jacobis, knüpfte unmittelbar an die 'Théorie analytique de la chaleur' an – in Hinblick auf Fouriers Mathematikverständnis zweifellos eine Ironie der Mathematikgeschichte. Jacobi andererseits wird durch das Interesse des 'reinen' Mathematikers zur Beschäftigung mit der analytischen Mechanik angeregt (vgl. 3.2). Sein Mathematikverständnis hat ihren 'Nerv' in dem Problem, warum Mathematik zur Beschreibung empirischer Realität überhaupt geeignet ist. Es wird bereits vom frühen Jacobi aufgeworfen, wenngleich kaum befriedigend geklärt (2.2). Die Frage gewinnt für ihn in seinen späteren Jahren aufgrund seines wachsenden Interesses für mathematische Physik an Bedeutung (3.2) und wird – ohne daß sich seine Auffassung von 'reiner Mathematik' jemals geändert hätte (3.1) – auf differenziertere und gewissermaßen 'modernere' Weise behandelt (3.3).

Fouriers Tod im Jahre 1830 führte dazu, daß die Konfrontation mit Jacobi nicht ausgetragen wurde. Wir werden jedoch sehen, daß Jacobis Kritik an Fourier[62] und der französischen Mathematik implizit noch in seiner Königsberger Antrittsrede von 1832, zu der wir jetzt kommen, eine wichtige Rolle spielte.

2 Jacobis Rede zum Eintritt in die philosophische Fakultät der Universität Königsberg, gehalten am 7. Juli 1832

> *Das Ganze eröffnete ich mit einer fulminanten lateinischen Rede, die mit großem Pathos das Wesen der reinen Mathematik verherrlichte.*
> (C.G.J. Jacobi an seinen Bruder M.H. Jacobi, Aug. 1832)[63]

2.1 Anlaß und Manuskript

Jacobi war 1826 als Privatdozent an die Albertina nach Königsberg gegangen und wurde dort 1827 zum außerordentlichen, 1829 zum ordentlichen Professor ernannt.[64] Für den formellen Eintritt in die philosophische Fakultät waren neben der Drucklegung einer mathematischen Abhandlung auch zwei Disputationen erforderlich.

Für die Veröffentlichung wählte Jacobi aus einer bereits fertiggestellten, größeren Abhandlung über die Transformation von Doppelintegralen, die im gleichen Jahr im Crelleschen Journal erschien[65], den Einleitungsteil aus.

Jacobi gibt in einem Brief an seinen Bruder Moritz eine detaillierte Schilderung der Disputation. Sie wird hier ausführlich zitiert, weil sie das Verständnis seiner Rede und der vorangestellten Thesen erleichtert – aber auch, weil sie ein farbiges Bild der zeitgenössischen akademischen Gepflogenheiten vermittelt:[66]

> ... am 7^{tm} Juli habe ich hier disputirt, wozu ich die Einleitung meiner letzten grössern Abhandlung im *Crelle* nahm, von welcher Einleitung von 1 1/2 Bogen mir derselbe die nöthige Anzahl Exemplare hatte abziehn lassen; ich selbst liess dann hier Titel u. Theses vordrucken, von welchen die vielbesprochenste war: mathesis est scientia eorum, quae per se clara sunt. Man hat hier 2 Opponenten aus den Studenten, einen aus den Professoren, u. einen Respondenten, der vor einem auf einem kleinen Catheder steht u. den ersten Anlauf abzuhalten hat. Die Disputation dauerte von 11 1/2 bis 3 1/2 Uhr, was mich einigermassen ermüdete, obgleich ich glücklicher Weise den Tag mich des besten Wohlseins u. trefflicher Laune erfreut hatte. Ein geistreicher u. bedeutender Arzt, mein specieller Freund, *Professor Sachs*, opponirte extra ordinem gegen den Titel de transformatione integralis duplicis indefiniti, ein indefinitum könne nicht transformirt werden, da es keine forma habe. Er stellte seine Opposition dar als von der Seherin v. Prévost eingegeben, die nach obiger Thesis als clairvoyante Hellseherin der mathematischen Dinge verständig wäre. Es erregte einige Munterkeit, als ich ihn bat, mir doch mitzutheilen, was ich ihm geantwortet hätte, was ihm die Seherin wohl auch würde gesagt haben, u. worauf ich sehr begierig wäre. Das Ganze eröffnete ich mit einer fulminanten lateinischen Rede, die mit grossem Pathos das Wesen der reinen Mathematik verherrlichte; auch musste noch jeder insbesondre von Opponenten u. der Respondent haranguirt und bedankt werden, was denn die Sache etwas langwierig macht. Desto froher bin ich, dass mir das Ministerium auf mein Ersuchen eine 2^{e}. Disputation geschenkt hatte, denn sonst hätte ich die ganze Geschichte 2 Tage hinter einander halten u. aushalten müssen, für die ausserordentliche u. ordentliche Professur, wie dies immer geschieht. Nach der Disputation war bei mir ein ungeheurer Schmaus von 21 Personen, dem Marie [Jacobis Ehefrau] auf Verlangen als Dirigentin beiwohnte; es war in allem das feinste, netteste u. eleganteste, was ich in der Art erlebt habe, sowohl durch die äussre Anordnung, Bedienung usw., als durch die Gesellschaft, so dass ich noch mit Vergnügen daran denke, so wie jeder, der daran Theil genommen. Marie rührte sich nicht vom Stuhl u. gab kaum einen leisen Wink, nirgends ein Anstossen, eine Störung, eine Agitation. Man sass an einer länglichten Tafel; die Gäste waren, wie sie von mir rechts folgten: der rector magnificus *Schubert*, Historiker; doch ich habe die Ordnung vergessen. Ich sass zwischen dem Rector u. *Sachs*; mir gegenüber der Curator Geheimrath

> *Reusch* u. *Bessel*, meine Frau behauptete das eine Ende, gegenüber sassen die Studenten. ..... Das Diner hatte meine Lebensgeister erfrischt, so dass ich in den 8 Tagen bis zu meiner Herreise eine kleine Arbeit von etwa 1 1/2 Bogen beenden u. an *Crelle* schicken konnte. Der Eintritt eines neuen Facultätsmitglieds beeinträchtigt gewissermassen immer die übrigen, indem gewisse Einnahmen auf eine grössre Zahl dann vertheilt werden; ich halte es daher für gut, diesen Act durch irgend eine versöhnende u. versüssende Maßregel zu begleiten. Es war eigentlich mein Plan, vorzugsweise meine Feinde zu bitten, aber die guten Freunde nahmen allen Platz fort.

Das Originalmanuskript der hier von Jacobi angesprochenen Rede scheint verlorengegangen zu sein.[67] Es gehörte zur Bibliothek des mathematischen Physikers Franz Ernst Neumanns (1798–1895). Sein Sohn Carl Neumann (1832–1925) fand es bereits als Student dort vor und veröffentlichte später einen kurzen Auszug.[68] Durch diesen Auszug wurde der Münchener Mathematiker Walter von Dyck (1856–1934) auf Jacobis Rede aufmerksam. Er erhielt das Manuskript aus dem Nachlaß F.E. Neumanns und legte die Rede im lateinischen Original am 8. Juni 1901 der Königlich Bayerischen Akademie der Wissenschaften zu München vor. Sie wurde in den Sitzungsberichten der mathematisch-physikalischen Klasse erstmals veröffentlicht[69]; später wurde sie auch in die Jacobi-Biographie von Leo Koenigsberger aufgenommen[70]. Bis dahin war Jacobis Rede allerdings in mathematisch-naturwissenschaftlichen Kreisen nicht völlig unbekannt geblieben: So finden sich etwa bei C. Neumann, Oskar Simony, Ernst Mach und W.v. Dyck kleinere Auszüge abgedruckt.[71] In der Mathematikgeschichtsschreibung scheint sie dagegen bisher kaum[72] beachtet worden zu sein.

Wir legen im folgenden Jacobis Rede erstmals in deutscher Übersetzung vor. Als Textvorlage dient dabei die Veröffentlichung von Dyck. Die drei Thesen stellen wir, ebenfalls in Übersetzung, der Rede voran. Es handelt sich hier um die umfassendste erhaltene Stellungnahme Jacobis zum Wesen der Mathematik, ihrem Fortschritt und ihrer Anwendbarkeit auf Naturphänomene.

2.2 Thesen und Rede

[Thesen:]

1. Die Mathematik ist die Wissenschaft dessen, was aus sich heraus klar ist.
2. Das Prinzip der geometrischen und das der analytischen Methode ist dasselbe.[73]
3. Durch die 'Theorie des fonctions'[74] des berühmten Lagrange wird die Analysis des Unendlichkleinen[75] nicht widerlegt, sondern als richtig erwiesen.[76]

[Rede:]

Hochbedeutender Prorektor, ehrwürdiger Dekan,
hochberühmte und hochgelehrte Professoren und Doktoren,
hochgeehrte Kommilitonen, geehrteste Zuhörer aller Stände!

Seitdem ich zum ersten Mal meinen Geist der genaueren Erkenntnis der analytischen Kunst[77] zugewandt und Originalarbeiten der Mathematiker mit unermüdlicher Hand aufgeschlagen hatte[78], habe ich das große und erstaunliche Werk des menschlichen Geistes bewundert, das wir mit dem Namen Mathematik belegen. Denn wenn wir schon feiern und der Nachwelt überliefern, wie oft ein König oder Kaiser zum Fundament irgendeines Gebäudes, das an Schönheit vor den übrigen ausgezeichnet ist, nur einen einzigen Stein hinzugefügt hat – wir haben schon einen hohen, fast bis zu den Sternen reichenden Bau, dessen einzelne Steine, einen nach den anderen, jene königlichen und kaiserlichen Geister über eine so lange Reihe von Jahrhunderten errichtet haben, deren sich das menschliche Geschlecht und das Jahrhundert rühmt, das sie erleuchteten. Um so mehr habe ich mich über den einzigartigen Irrtum gewundert, in den – wie ich sehe – Männer verfallen, nicht solche, die in der Tat zu verachten oder der mathematischen Gegenstände unkundig sind, die gleichsam als Blinde über Farben urteilen, sondern hervorragende Männer, sogar die vorzüglichsten Mathematiker selbst[79], in den Irrtum, sage ich, daß dieser so großen Disziplin ein inneres Fortschrittsprinzip fehle; daß nämlich der Fortschritt der mathematischen Gegenstände zustande kommt, so oft dieses oder jenes von der natürlichen Welt genommene Problem oder eine physikalische Frage die Arbeiten der Mathematiker herausfordert. Du trauriges in der Tat und beklagenswertes Schicksal der Disziplin, die unwürdig jenes geheiligten Namens ist, die aus einer freien zu einer unfreien gemacht worden wäre, aus einer Tochter des göttlichen Waltens, das den Ruhm des menschlichen Geistes bezeugt, selbst nicht des Geistes teilhaftig, selbst nicht wissend, worauf Du hinauswillst, nicht mit eigenem und stolzem Flug die Höhe erstrebend, sondern auf Befehl einer fremden Herrin hierhin und dorthin die unsicheren und taumelnden Schritte lenkend. Erlauben Sie mir bitte, geehrteste Zuhörer aller Stände gemäß Ihrer höheren Bildung, die ich in einer delikaten und verschiedenen Schwierigkeiten ausgesetzten Angelegenheit anflehe, daß ich mit wenigen Worten die Quelle jenes Irrtums aufdecke.

Sowohl die natürliche Welt wie auch der seiner selbst bewußte Mensch wurden von dem besten und größten Gott geschaffen; es gelten dieselben ewigen Gesetze des menschlichen Geistes, dieselben der Natur; das ist die Bedingung, ohne die die Welt nicht verstehbar wäre, ohne die es keine Erkenntnis der Gegenstände der Natur gäbe. Wir wollen hier beiseitelassen, inwieweit die Natur logische Ideen ausgedrückt hat. Unter diesem Gesichtspunkt betrachten die neueren Philosophen[80] (um ein gebräuchliches, ja allzu gebräuchliches Wort zu verwenden) die Natur gleichsam wie eine versteinerte Logik.[81] Wir wollen die Natur betrachten, soweit sie mathematische Gesetze ausdrückt. Nicht durch die äußeren Sinne allein konnte das lenkende Gesetz mit Hilfe einer so großen Vielfalt von Erscheinungen und gleichsam eines Wirrwars erkannt werden, dem jene Erscheinungen in größter Näherung gehorchen, wenn man nicht selbst an die Betrachtung der Natur in dem Glauben und der Überzeugung herangegangen wäre, daß man die Begriffe des Geistes in der Natur ausgedrückt fände. Die der Natur eingepflanzten mathematischen Ideen hätten nicht wahrgenommen werden können, wenn nicht die Mathematik schon aus eigenem Antrieb des menschlichen Geistes

gemäß den der Natur eingepflanzten Gesetzen errichtet worden wäre.[82] Es wäre nicht erkannt worden, daß die himmlischen Körper in größter Näherung in Kegelschnitten die Sonne umlaufen, wenn nicht die ewige Gestalt der Kegelschnitte[83] vom schöpferischen Geist der Griechen untersucht worden wäre. Was, wie Kepler entdeckte, die Mäander des Sterns Mars reguliert, eben dies hatte der Scharfsinn des Apollonios schon im Geist konzipiert und vorausgedacht.[84] In dem Maße, wie der menschliche Geist bei der Entfaltung der Kunst Fortschritte macht, in dem Maße entfaltet ihm die Natur auch die ihr eingepflanzte Mathematik.

Die Disziplinen wachsen langsam und zögerlich, durch vielfältige Irrtümer gelangt man spät zur Wahrheit, alles muß durch langwierige und beständige Arbeit für den Eintritt der neuen Wahrheit vorbereitet sein; dann, zu einem bestimmten Zeitpunkt, zeigt sich jene durch eine gewisse göttliche Notwendigkeit gezwungen.[85] Wenn alles vorbereitet ist, vermag das Eintreten der leichtesten Ursache, eine noch so entlegene physikalische Fragestellung, diese hervorzulocken. Verdanken wir etwa aus diesem Grunde der physikalischen Fragestellung die Zuwächse, die die Disziplin durch die neue, ans Licht gebrachte Wahrheit empfängt? Warum wendet man heute den Kalkül an?[86] Wird etwa an diesem Tage zum ersten Mal das Problem von der Natur gestellt? Jene Sphinx sitzt seit der Erschaffung der Welt, sie wird in Ewigkeit sitzen, sie gibt dem Geschlecht der Sterblichen Rätsel auf, aber nur zu ihrer Zeit kam der von Apollo geschickte Oedipus.[87]

Wir sehen, daß der Irrtum, in den, wie wir sagten, sogar große Geometer verfallen sind, darin besteht, daß nicht richtig zwischen wahren Ursachen und zufälligen Ursachen unterschieden wurde; oder, wie die Ärzte sagen, zwischen den nächsten Ursachen und den entferntesten Ursachen.[88] Wir wissen, daß einst Euler gemäß dem Vergilschen Vers, der beschreibt, wie die Vorderdecks in der See treiben und die Hinterdecks am Strand stehen[89], die Gelegenheit ergriffen hat, die Grundlagen zur analytischen Hydraulik[90] zu legen. Von Newton gibt es die witzige Erzählung, daß ein auf die Nase des Schlafenden fallender Apfel dem Mann die Gelegenheit gegeben hat, die universelle Schwere[91] zu entdecken.[92] Wohnt etwa dem auf den Boden[93] fallenden Apfel jenes Prinzip des Fortschritts inne, etwa den Vergilschen Gedichten? Es wohnt den Geistern der Newtons, der Eulers inne; es wohnt den Geistern inne, die jenen großen Männern vorangingen, es wohnt der gesamten Geschichte der Kunst und Wissenschaft inne.

Die wahre Ursache des Fortschritts der Mathematik ist deren notwendige Entfaltung, die gemäß den dem menschlichen Geist eingepflanzten ewigen Gesetzen geschieht. Eine zufällige Ursache kann eine physikalische Fragestellung sein, der fallende Apfel, der Vergilsche Vers. Diejenigen, die glauben, daß die Mathematik aus jenen zufälligen Ursachen entstanden sei, scheinen mir denjenigen ähnlich zu sein, die nach der Lehre der Epikureer aus den durch das Vakuum fliegenden Atomen die Welt konstruieren.[94] Gegen diese sich wendend erzählt Kepler[95], er sei, vom Schreiben ermüdet und mit einem Gemüt, das innerlich von den Betrachtungen jener Atome aufgewühlt war, zum Essen gerufen worden, die Gattin habe den Salat mit Essig und Öl hingestellt. Er habe sie gefragt, ob etwa, wenn die Zinnschüsseln in der gesamten Luft angefüllt hin- und herfliegen, die

Salatblätter, die Salzkörner, die Wasser-, Essig-, Öltropfen, die Eistückchen, und dies seit Ewigkeit dauere, ob es endlich einmal dazu kommen werde, daß zufällig ein solcher Salat mit Essig und Öl zusammenkomme. Seine Schöne habe geantwortet: aber nicht mit diesem Schmuck und nicht mit dieser Ordnung.[96] Auch jene göttliche Struktur der Mathematik – in jeder Hinsicht äußerst vollkommen – konnte nicht aus dem Durcheinander und der Verwirrung der Phänomene entstehen, ich spreche mit Keplers Frau, nicht mit diesem Schmuck und nicht mit dieser Ordnung.

Es schmerzt uns, daß die meisten französischen Geometer, die aus der Schule des berühmten Grafen de Laplace hervorgingen, in diesen Zeiten jenem Irrtum verfallen sind.[97] Während diese das Heil der Mathematik allein aus physikalischen Fragestellungen erstreben, verlassen sie jenen wahren und natürlichen Weg der Disziplin, nach dessen Beschreiten einst Euler und Lagrange die analytische Kunst zu dem Gipfel geführt haben, dessen sie sich jetzt erfreut. Dadurch nehmen nicht nur die reine Mathematik, sondern auch deren Anwendungen selbst auf physikalische Fragestellungen nicht geringen Schaden.[98] Immer nämlich glaubte ich, es sei am meisten durch eben jene Nachlässigkeit geschehen, daß jenes große und berühmte Problem hinsichtlich der Bewegung der Himmelskörper, die durch die wechselseitige Anziehung aus der elliptischen Bahn gedrängt wurden, immer noch der Lösung entbehrt, die zur Erklärung der Bewegungen unseres Sonnensystems genügt.[99] Und zugleich bin ich überzeugt, daß es durch allen Eifer und alle Mühe dazu kommen wird, nachdem sowohl die Theorie der elliptischen Funktionen[100] wie die Theorie der Doppelintegrale entwickelt worden ist, die ich als die Hauptprobleme ansehe, die in unserer Zeit unter den mathematischen Gegenständen vorgelegt wurden – daß die Lösung jenes Problems, an dem man schon fast verzweifelte, sogar von selbst auftaucht. Vor nunmehr vier Jahren habe ich die Theorie der elliptischen Funktionen auf neuen Grundlagen errichtet und so gleichsam den Geometern ein neues Recheninstrument mitgeteilt. Vielleicht wird auch diese kleine Mitteilung über Doppelintegrale[101], die ich nunmehr der öffentlichen Prüfung unterwerfe, nicht völlig des Rufes unwürdig sein, durch den ich der verehrungswürdigen Schar der Gelehrten zugerechnet werde, die der heiligen und erhabenen Aufgabe, einen Fortschritt der Künste und Wissenschaften herbeizuführen, Leben und ganze Nächte geweiht haben.

[Aufforderung zur Disputation:]

Nunmehr rufe ich Euch zu den Waffen, Czwalina[102] und Luchterhand, erhebt Euch und richtet die Waffen gegen uns und das Unsrige, denen zu entgehen und die zurückzuschicken ich mich bemühen werde, wenn es das Schicksal gestattet. In diesem Kampf, bitte ich Dich inständig, verehrtester Respondend, mir ein treuer Waffengefährte zu sein, denn die Gegner sind stark und kräftig. Diese fordere nunmehr auch Du zum Streit heraus, damit sie unsere Kampfesglut erkennen ...

3 Reine Mathematik und Mathematische Physik: das Anwendungsproblem beim späten Jacobi

Ich hatte den Muth dort den Satz geltend zu machen es sei die Ehre der Wissenschaft keinen Nutzen zu haben, was ein gewaltiges Schütteln des Kopfes hervorbrachte.
(C.G.J. Jacobi an seinen Bruder M.H. Jacobi, Sept. 1842)[103]

3.1 Das 'Höchste der Wissenschaft wie der Kunst': Reine Mathematik in Fortsetzung

Jacobi hat, wie wir jetzt an einigen Stellungnahmen belegen wollen, die 'Verherrlichung' der reinen Mathematik und einer zweckfreien Wissenschaft allgemein auch in seinen späteren Jahren nicht aufgegeben. Daß er damit nicht nur in Frankreich (vgl. 1.3), sondern auch in England auf Unverständnis stieß, geht aus einem Brief an seinen Bruder Moritz in Petersburg hervor. Dort berichtet er von einer Englandreise, die ihn im Sommer 1842 zusammen mit Bessel auch ins damals hochtechnisierte Manchester führte, wo „alles voll Enthusiasmus"[104] *für seinen Bruder*, den Physiker und Elektrotechniker Moritz Hermann Jacobi (1801–1874), und dessen Erfindung der Galvanoplastik gewesen sei. Daß dabei seine These zur 'Ehre der Wissenschaft' von den pragmatischen Briten mit Kopfschütteln quittiert wurde (s.o.), scheint ihn amüsiert und in seiner Haltung eher bestärkt zu haben.

Vom September 1843 bis Mai 1844 hielt sich Jacobi, zeitweilig begleitet von Dirichlet, in Italien auf. In einem Brief vom Dezember 1843 berichtete er seiner Frau von „einem Malerfeste" in Rom, „Cornelius zu Ehren ..., der mich eingeladen hatte ihn zu besuchen":[105]

Bei dem Corneliusschen Diner brachte ein Maler ... die Gesundheit von Dir[ichlet] u. mir aus die hier die Wissenschaft verträten, die ächte, practische Wissenschaft. [Jacobi wurde mit seinem Bruder verwechselt.] Dies war mir zu toll; ich erklärte den Toast nicht anzunehmen, indem das Höchste der Wissenschaft wie der Kunst immer unpractisch wäre u. ich dies anstrebte; die Maler begriffen dies u. brachten einen Toast auf die unpractische Kunst aus.

An Alexander von Humboldt schrieb Jacobi am 26. Dezember 1846 rückblickend über seine Königsberger Zeit (1826–1844):[106]

Ich hatte in Königsberg die soziale Aufgabe, die reine Mathematik beim Pöbel in Ehren zu bringen. Bessel, der viel bei reichen Kaufleuten, Generalen, Präsidenten herumsaß, hatte sie dort nur als Hilfsmittel für die praktische Astronomie gelten lassen. Mit dem commandirenden General gelang es mir so ziemlich, aber mit dem Oberpräsidenten von Schön, der ein Feuerkopf und für platonische Ideen empfänglich war, so vollkommen, daß er mich, wenn ich ihm etwas Astronomisches erzählte, anfuhr: Pfui! sie werden sich doch nicht mit Anwendungen befassen.

Dem Naturforscher von Humboldt ging diese Abwertung der Anwendungsseite – trotz seines Bekenntnisses zu einer 'spekulativen' Mathematik (vgl. 1.1) – entschieden zu weit. Jacobis Schilderung versah er mit der Randbemerkung:

„Welche aristocrat[ischen] Gelüste. Ein Vornehmmachen des Geistigsten! O, Jacobi."[107] In der Tat stellt sich die Frage, welche Bedeutung Jacobi der angewandten Mathematik *überhaupt* beimaß.

3.2 Die Rolle der mathematischen Physik

„Astronomie und Physik, ad 1 im kleinen Bären, Pendelversuche!! Dreiecksnetze und Karten! o Tannenbaum!. ... Aber was wird Steiner, was Rötscher, was Hegel sagen, wenn er hört, dass Du dem Werth beilegst, was das Resultat schlechter Wiederholung, beharrlicher Beobachtung ist."[108] Mit diesen Worten verlieh Moritz Hermann Jacobi in einem Brief vom 5. August 1826 seiner Verblüffung Ausdruck, als er davon erfuhr, daß sich sein Bruder in die 'Niederungen' der empirischen Wissenschaften begab. Jacobi war wenige Monate zuvor nach Königsberg gekommen und interessierte sich nunmehr, beeinflußt v.a. von Wilhelm Bessel (1784–1846) und von F. E. Neumann (vgl. 2.1), auch für 'Physik und Astronomie'.

Zwar hat Jacobi – anders als seine beiden Königsberger Kollegen und auch etwa Gauß – nie originelle naturwissenschaftliche Forschungen auf experimenteller Grundlage angestellt. Fragen der *mathematischen Physik* machte er jedoch schon Mitte der 30er Jahre zum Gegenstand seiner Forschung und Lehre. Dies ist zum einen auf William R. Hamiltons (1805–1865) berühmte Abhandlungen von 1833 bis 1835 zur Optik und Dynamik zurückzuführen, durch die Jacobi zu eigenen Untersuchungen angeregt wurde.[109] Zum anderen dürfte ein Zusammenhang bestehen mit der Gründung des Königsberger mathematisch-physikalischen Seminars im Herbst 1834 und den damit verbundenen Lehrverpflichtungen, insbesondere zur theoretischen Mechanik.[110] Jacobis Wertschätzung der 'angewandten' Mathematik wurde hierdurch zwar nicht unmittelbar ins Positive gekehrt, kann aber wohl (in dieser Zeit) als *ambivalent* gekennzeichnet werden. Dies wird besonders deutlich in einer Bemerkung über Johann Martin Christian Bartels (1769–1836), dem mathematischem Lehrer von Nikolai I. Lobatschewski (1792–1856), die sich in einem Brief vom 20. Dezember 1836 an seinen Bruder in Dorpat findet. Jacobi gibt hier die Erzählung eines Bekannten (eines 'guten Alten', wie er sagt) über Bartels wieder:[111]

> Dabei fällt mir ein, daß Euer vortrefflicher *Bartels*... es eigentlich sehr gescheut machte u. viel gescheuter als wir oder ich wenigstens. Ich pflege meinen Jüngern, schon aus collegialischer Höflichkeit, den Rath zu ertheilen, doch auch bei meinen Collegen sich in den Anwendungen zu unterrichten, während mir derselbe Alte erzählte, dass Bartels durchaus nicht litt und höchst ungern sah, wenn seine bessern Köpfe Anwendungen hören wollten, weil nichts dem wahren speculativen Interesse nachtheiliger ist. Der gute Alte ... wunderte sich umso mehr darüber, da die Bartelsche Professur die reine u. angewandte Mathematik vereinigt. Aber Bartels wusste wohl, dass diese Vereinigung ein innerer Widerspruch, für den jetzigen Zustand der Wissenschaft eine Unmöglichkeit ist, u. hat sich deshalb kurz u. gut entschlossen, das eine so gut wie ganz fahren zu lassen, um in dem andern Tüchtiges zu leisten. Dergleichen Vereinigung lässt sich heute nur durch den Mangel an Geld erklären ... .

Tatsächlich kann man diese Bemerkung über Bartels auch als einen Hinweis (wenn nicht auf den 'inneren Widerspruch', so doch zumindest) auf die 'innere Spannung' lesen, in die Jacobis Mathematikverständnis durch seine neuen Betätigungsfelder geriet: Jacobis Interesse an der Hamiltonschen Theorie zur Optik und Mechanik war das des 'reinen' Mathematikers an der Theorie partieller Differentialgleichungen und ihrer Beziehung zur Variationsrechnung. Seine Königsberger 'Dynamik' von 1842/43 beginnt bezeichnenderweise mit den Worten: „Diese Vorlesungen werden sich mit den Vortheilen beschäftigen, welche man bei der Integration der Differentialgleichungen der Bewegung aus der besonderen Form dieser Gleichungen ziehen kann."[112] Er entwickelt denn auch die (später so genannte) 'Hamilton-Jacobi-Theorie' zunächst als einen Beitrag zur reinen Mathematik, d.h. insbesondere, ohne ihre Anwendbarkeit auf Systeme *realer* Massen näher zu untersuchen.

Historisch ging diese Theorie aber einwandfrei aus der analytischen Mechanik und der Variationsrechnung des 18. Jahrhunderts hervor[113], die ihre Wurzeln in konkreten Erfahrungs- und Anwendungsbezügen hatten. Umgekehrt erwies sich diese Theorie, wie Jacobi später selber zeigte, als geeignet, um komplexe Anwendungsprobleme (wie Störungsprobleme) zu untersuchen. Sie stellt also, kurz gesagt, eher ein Beispiel für die Fouriersche Auffassung (vgl. 1.3) von Ursprung und Entwicklung der Mathematik dar als für Jacobis eigene.

Jacobi zog aber aus der von ihm konstatierten 'Unmöglichkeit', zu einer 'Vereinigung' von reiner und angewandter Mathematik zu gelangen, nicht die (ihm sympathische) 'Bartelsche Konsequenz', sich ganz auf die reine Mathematik zu konzentrieren (s.o.). Vielmehr läßt sich zeigen, daß er sich später, in seiner 'zweiten' Berliner Zeit (d.h. ab 1844), immer stärker für physikalische Fragen und ihre mathematische Behandlung interessierte[114] – d.h. gerade die Richtung stärker verfolgte, die er bei Fourier und der französischen Mathematik früher (s. 2.2) so heftig kritisierte. Neben dieser 'Physikalisierung' ist beim späten Jacobi eine 'Historisierung' (im Sinne einer verstärkten Zuwendung zur Geschichte der eigenen Disziplin) festzustellen, wie insbesondere der Briefwechsel mit Alexander von Humboldt über die Geometrie, Algebra, Astronomie und Mechanik der Griechen zeigt.[115] Beide Entwicklungsaspekte bringen das Anwendungsproblem auf Jacobis 'Tagesordnung'.

3.3 Die neue Sicht des Anwendungsproblems

Dieses Problem stellt sich bei Jacobi als die Frage danach, warum Strukturen einer 'reinen', unabhängig von jeder empirischer Erfahrung gewonnenen mathematischen Theorie gleichwohl geeignet sind bzw. sein können, empirische Realität zu beschreiben. Der junge, vom Idealismus beeinflußte Jacobi sah es als eine *conditio sine qua non* für mathematische Naturbeschreibung an, daß es apriorische Naturgesetze gibt, die durch die 'Eigenbewegung' des mathematischen Denkens erfaßt werden können. Seine (im Detail nicht ausgeführten) Anschauungen lassen auch erkennen, welchen Eindruck der Neuplatonismus eines Kepler auf ihn machte.[116]

Für den 'späten' Jacobi wird das Anwendungsproblem in der theoretischen Mechanik virulent, seinem wichtigsten Forschungsgebiet innerhalb der angewandten Mathematik. Die von ihm als 'autonome' mathematische Disziplin betriebene analytische Mechanik verzeichnete im späten 18. und frühen 19. Jahrhundert eine wahre 'Inflation' an sog. 'Prinzipien' (etwa dem der virtuellen Verrückung, verschiedene Prinzipien der kleinsten Wirkung, Hamilton-Prinzip, Prinzip von Gauß), deren logischen Beziehungen untereinander nicht durchgehend geklärt waren. Die 'mathematische Variation' auf der Ebene dieser Prinzipien mußte deren Status als empirisch oder apriorisch einsehbare, aber jedenfalls *naturimmanente* Gesetze problematisch machen.[117]

Vor diesem Hintergrund ist es interessant, daß Jacobi in einem Brief vom 21. Dezember 1846 an Alexander von Humboldt berichtet, daß er mit der Publikation von „mächtigen Arbeiten" befaßt sei, die eine „seit 10 Jahren versprochene Reform der analytischen Mechanik betreffen"[118]. Diese Arbeiten sind zwar nie erschienen. Deutliche Spuren von Jacobis 'Reformbemühungen' finden sich aber in seinen Berliner 'Vorlesungen über analytische Mechanik' von 1847/48 – seiner letzten Mechanik-Vorlesung überhaupt, die nicht publiziert wurde, von der aber eine sorgfältige Nachschrift existiert. In ihr setzt sich Jacobi ausführlich mit der Möglichkeit einer abstrakten Mechanik *als Naturwissenschaft* auseinander und kommt gegenüber seiner Königsberger Rede zu einer kritischeren und auch 'moderneren' Behandlung der Frage, warum die Mathematik Naturbeschreibung leisten kann.[119]

Jacobi wendet sich hier explizit dagegen, analytische Mechanik als Disziplin der reinen Mathematik zu betreiben – wie er es selber noch in seiner Königsberger 'Dynamik' von 1842/43, ganz in der Tradition Lagranges, praktiziert hatte. Über dessen 'Méchanique Analitique' (1788) bemerkt er nun:[120]

> Die Natur wird da jedesmal vollständig aus den Augen gerückt, und es tritt an die Stelle der Constitution der Körper ... lediglich die bestimmte Bedingungsgleichung. Hier wird nun freilich in der analytischen Mechanik die Rechtfertigung vermißt, indem sie, um eine mathematische Disziplin zu bleiben, auch von dieser Rechtfertigung ganz abstrahiert.

Gerade weil die Rechtfertigungsgründe einer Mechanik als Naturwissenschaft letztlich keine mathematischen sein können, wendet sich Jacobi nun auch gegen die (damals) vorherrschende Auffassung, ihre ersten Gesetze als unumstößliche mathematische Wahrheiten, die selbstevident oder zumindest aus selbstevidenten Grundsätzen mathematisch herleitbar seien, anzusehen: „Vom Standpunkt der reinen Mathematik aus sind diese Gesetze nicht zu beweisen. ... Sie werden gleichwohl überall, wo eine Mischung der Mathematik mit Etwas außer ihr stattfindet, Versuche finden, diese ... Sätze a priori zu beweisen, und es wird dann an Ihnen sein, den jedesmaligen Fehlschluß aufzufinden"[121], warnt er seine Studenten eindringlich vor 'Scheinbeweisen', die eine 'mathematische Sicherheit' mechanischer Prinzipien suggerieren, aber tatsächlich nicht demonstrieren können.

Dem mathematischen (für Jacobi: dezidiert nichtempirischen) Charakter der Mechanik *und* ihrer empirischen Anwendbarkeit Rechnung tragend trifft er nun in der 'Analytischen Mechanik' folgende Unterscheidung:
Bloße *mathematische Formulierungen* mechanischer Gesetze (wie der Newtonschen *leges motus*, des d'Alembertschen Prinzips oder des Hamilton-Prinzips) bezeichnet Jacobi als „symbolische Formen" oder „symbolische Ausdrücke".[122]

Wird nun ein solcher Symbolismus der Mathematik auf „Etwas außer ihr", d.h. auf ein System realer Massen angewandt, erfordert dies nach Jacobi eine „Convention" – eine *Festsetzung*, die die Mathematik selber *nicht* treffen kann: „ ... die Mathematik kann die Art, wie die Beziehungen eines Systems von Punkten Abhängigkeit veranlassen, sich nicht aus den Fingern saugen, sondern es wird hier ... eine Convention in Form eines allgemeinen Prinzips eintreten."[123]

Jacobi dürfte (ein halbes Jahrhundert vor Poincaré) der erste gewesen sein, der mechanische Prinzipien als *Konventionen* charakterisierte.[124] Kommt Poincaré hierzu durch die Ausdehnung seiner Grundlagenreflexionen zur (nichteuklidischen) Geometrie auf die Mechanik, so geht Jacobi vom 'Standpunkt der reinen Mathematik' (s.o.) aus. Bei den sogenannten Prinzipien der Mechanik handelt es sich zunächst nur um *mathematische* Symbolismen, die (in gewissen Grenzen) frei 'variierbar' sind. Unter ihnen wird *per Konvention* eine empirisch geeignete Wahl getroffen. Zum Trägheitsprinzip bemerkt er beispielsweise:[125]

> Es ist vom rein mathematischen Standpunkt aus ein Zirkel, zu sagen, die geradlinige Bewegung ist die eigene, folglich ist zu jeder anderen eine äußere Hinzuwirkung erforderlich, denn man könnte mit gleichem Rechte jede andere Bewegung als Gesetz der Trägheit eines Körpers setzen, wenn man nur hinzufügt, wenn er sich nicht so bewegt, so ist eine Außenwirkung daran Schuld; und wenn wir jedesmal, wenn der Körper abweicht, die äußere Einwirkung physikalisch aufweisen können, sind wir berechtigt, das Trägheitsgesetz, das zu Grunde gelegt war, als Naturgesetz zu bezeichnen.

Hiernach legt Newtons Trägheitsprinzip *erst fest*, was unter einer Trägheitsbewegung überhaupt zu verstehen ist – andere Festsetzungen sind für Jacobi ausdrücklich möglich, wenn sie sich physikalisch verifizieren lassen. Poincaré kennzeichnete später aufgrund dieses definitorischen Anteils Konventionen auch als 'verkleidete Definitionen'.

Es läßt sich zeigen, daß mechanische Prinzipien als Konventionen bei Jacobi mathematisch formulierte, aber mathematisch nicht beweisbare Gesetze sind, die sich auf die äußere Realität beziehen, der empirischen Prüfung fähig und bedürftig sind und *gesetzt*, d.h. unter verschiedenen Alternativen ausgewählt werden müssen, wobei die Wahl durch Einfachheits- und Plausibilitätsüberlegungen geleitet wird.[126]

Jacobi hat seine Überlegungen nicht näher ausgeführt und nicht zu einem wissenschaftstheoretischen 'Konventionalismus' ausgearbeitet (ein Terminus, den Poincaré selber vermied). Ihre Pointe tritt jedoch in seiner letzten Mechanik-Vorlesung deutlich hervor: Bei den grundlegenden mathematischen Naturgesetzen handelt es sich *nicht*, wie der junge Jacobi annahm, um apriorische Strukturen und ebenfalls *nicht* um allgemeine Erfahrungssätze, die durch Beobachtung und Induktion gewonnen werden, sondern um 'freie Schöpfungen' der Mathematik, die (per Konvention) 'versuchsweise' zu Naturgesetzen erhoben werden und sich in der Naturbeschreibung empirisch bewähren oder auch nicht. Jacobi ist denn auch konsequent, wenn er in der 'Analytischen Mechanik' den Prinzipien der Mechanik keine Sicherheit zuerkennt, sondern sie als nur „probabel", wahrscheinlich gültig, kennzeichnet.[127] Von den 'ewigen Gesetzen der Natur' (vgl. 2.2) ist in seiner letzten Mechanik-Vorlesung keine Rede mehr. Auch hier vollzieht er also eine Wende zum modernen Wissenschaftsverständnis.

4 Schluß

> *Die Wissenschaften brauchen und lieben die Zurückgezogenheit; sie werden leicht eingeschüchtert von dem Lärm der materiellen Interessen. Sie haben die schöne, grosse und schwere Aufgabe gelöst, die materiellen Interessen zu vergeistigen, sie mit ideallem Hauch zu veredeln.*
> (C.G.J. Jacobi an M.H. Jacobi, Juli 1847)[128]

Der Mathematiker Serge Lang (geb. 1927) bemerkt in heutiger Zeit: „Reine Mathematik ist diejenige, die von einem rein ästhetischem Standpunkt aus betrieben wird", und fügt hinzu: „Es gibt eine Menge an reiner Mathematik, die beim Untersuchen der empirischen Welt nicht genutzt und nur um ihrer Schönheit willen betrachtet wird."[129] A. Walther beschreibt den 'reinen' Mathematiker als „mathematischen Mönch", den 'angewandten' dagegen als „mathematischen Weltmann".[130]

Ohne Zweifel hat sich Jacobi selber in diesem Sinne immer eher als 'mathematischen Mönch' gesehen. Mit besonderer Vorliebe erforschte er die abstraktesten, anwendungsfernsten unter den mathematischen Disziplinen, die ihm wohl auch als die ästhetischsten erschienen: Eine 'Frage über Zahlen' war nach seinem persönlichen wissenschaftlichen Wertesystem wohl tatsächlich *mehr wert* als eine 'Frage über das Weltsystem' (vgl. 1.3). Die 'eigentliche' Mathematik (Klügel) war für ihn in jeder Phase seines mathematischen Schaffens die *reine Mathematik*.

Einem 'weltmännischen' Gelehrten wie Jacobi konnte jedoch auch nicht entgehen, daß die Selbstbeschränkung auf diese sogenannte 'reine' Mathematik an einem unübersehbaren Faktum gerade der *neuzeitlichen* Mathematik – ihre eminente praktische Bedeutung, v.a. innerhalb der Physik – vorbeisieht und ihre Anwendbarkeit auf die Realität ignoriert oder nicht befriedigend begründen kann. Jacobi aber war ein zu guter Kenner der Geschichte der Mathematik und auch zu sehr mit der *allgemeinen* mathematischen Entwicklung des 19. Jahrhunderts, die zu einem wesentlichen Teil eben *auch* mathematische Physik war, verflochten, um nicht auch dieses Problem wahrzunehmen und nach einer eigenständigen Antwort zu suchen. Seine 'späten' Ansätze, hier zu einer Lösung zu kommen, verdienen Beachtung. Tatsächlich sind sie auch, wie an anderer Stelle zu zeigen ist, von Mathematikern wie Carl Neumann und Bernhard Riemann aufgenommen und weitergeführt worden. Es ist eine durchaus spekulative, aber am Ende die-

ser Untersuchung vielleicht *dennoch* legitime Vermutung, daß Jacobis früher Tod und die widrigen äußeren Umstände seiner letzten Lebensjahre es mit sich brachten, daß seine mathematische Naturphilosophie nicht mehr in einen originellen 'Konventionalismus aus reiner Mathematik' münden konnte.

5 Anmerkungen und Kommentar zur Rede

1 Ahrens 1907, 8.
2 Koenigsberger 1904, 55f..
3 Ahrens 1904, 168.
4 Koenigsberger 1904, 11.
5 Hierzu näher Jahnke 1990, 18ff..
6 Humboldt 1797 II, 3–5.
7 Dirichlet 1852, 5.
8 Boeckh 1886, 11.
9 Ebd., 14.
10 Ebd., 14.
11 Koenigsberger 1904, 8.
12 Dirichlet 1852, 22.
13 Jacobi 1881–1894 III, 44, vgl. Novalis 1939, 148. S. hierzu auch Pieper 1982, 6.
14 Koenigsberger 1904, 12; zu Jacobis früher Neigung zum spekulativen Idealismus vgl. auch Anm. 80.
15 Euler 1942, 15.
16 „... so ist ihr der Vorzug, den sie vor den andern Wissenschaften dieser Art hat, ... zu erhalten und weder durch Einmischung des ihr heterogenen Begriffs noch empirischer Zwecke zu verunreinigen." (Hegel 1969, 211)
17 „Andere mathematische Bestimmungen, wie das Unendliche, Verhältnisse desselben, das Unendlichkleine, Faktoren, Potenzen usf. haben ihre wahrhaften Begriffe in der Philosophie selbst; es ist ungeschickt, sie für diese aus der Mathematik hernehmen und ihr entlehnen zu wollen, wo sie begrifflos, ja oft sinnlos aufgenommen werden, und ihre Berechtigung und Bedeutung vielmehr von der Philosophie zu erwarten haben." (Ebd., 212)
18 Hierzu Koenigsberger 1904, 13f..
19 Novalis 1939, 158 bzw. 150.
20 Ebd., 148.
21 Ebd., 148.
22 Hierzu Teil 2.2 und den zugehörigen Kommentar (insbes. Anm. 84).
23 Hierzu näher Biermann 1961.
24 Klügel 1803–1831 III, 603.
25 Ebd., 606.
26 Ebd., 607
27 Ebd., 615.
28 Zur Gründungsgeschichte dieses Journals s. Eccarius 1977.
29 Zur Beziehung Crelles zu Jacobi s. Lorey 1916, 44f..
30 Crelle 1845, IXf..
31 Klügel 1803–1831 III, 620; vgl. hierzu Schubring 1981, 119.
32 Hierzu König/Geldsetzer 1978 und Schubring 1981.
33 Vgl. Liebmann 1912, 5f..
34 Fries 1822, IX und 33ff. (insbes. 49f.).
35 Ebd., 39.
36 Ende 1973, 36.
37 Diese Interpretation vertritt Jahnke 1990, 42ff. und 228f..
38 Peters 1862, 337; vgl. hierzu Gauß 1863–1929 VIII, 187.

39 Gauß schreibt am 11. Mai 1841 an Fries: „Ich habe von jeher große Vorliebe für philosophische Spekulationen gehabt, und freue mich um so mehr, in Ihnen einen zuverlässigen Führer bei dem Studium der Schicksale der Wissenschaft von den ältesten bis auf die neuesten Zeiten zu haben, da ich bei eigner Lektüre der Schriften mancher Philosophen nicht immer die gewünschte Befriedigung gefunden habe. ... Ich habe oft bedauert, nicht mit Ihnen an einem Orte zu leben, um aus der mündlichen Unterhaltung mit Ihnen über philosophische Gegenstände eben so viel Vergnügen als Belehrung schöpfen zu können." (Gauß 1863–1929 XII, 204f.). S. hierzu näher König/Geldsetzer 1978, 39f., 92f..
40 Auf diesen Punkt macht bereits Schubring 1981, 117ff. aufmerksam.
41 Fries 1822, 33.
42 Sartorius 1865, 79
43 Gauß wird in diesem Kontext als 'Musterbeispiel' von Stuloff 1968, 75 herangezogen.
44 Lorey 1916, 45.
45 Ebd., 45.
46 Vgl. hierzu Grattan-Guinness 1990 I, 34–55.
47 Dirichlet 1852, 13.
48 Abel 1881 I, 518–609.
49 Jacobi 1881–1894 I, 49–239.
50 Der durch ein Lungenleiden herbeigeführte Tod Abels beendete den mathematischen Wettstreit abrupt. Dies bedrückte Jacobi sehr: „Ich werde mich wohl nie ganz von der Trauer erholen", schrieb er noch im Jahre 1834 (Pieper 1988, 32).
51 Legendre 1825–1832 I, II.
52 Legendre 1825–1832 III, 1–88.
53 Jacobi 1881–1894 I, 29–36 bzw. 39–48.
54 Legendre 1826–1832 III, 1; wir zitieren nach unserer Übersetzung.
55 Fourier 1832, IV.
56 Poisson 1830 bzw. 1831.
57 Poissson 1831, 81.
58 Borchardt 1875, 272f..
59 Fourier 1884, 10. Diese berühmte Replik Jacobis wird in den Mathematikgeschichten vielfach zitiert, so u.a. auch bei Klein 1926/1927 I, 114.
60 Hierzu Fourier 1884, 99–119, 133–167, 379–444.
61 Hierzu auch Scharlau 1981, 343–346.
62 Vgl. hierzu auch den Kommentar zur Jacobi-Rede, insbes. Anm. 84.
63 Ahrens 1907, 13.
64 Koenigsberger 1904, 27, 57, 87f..
65 Jacobi 1881–1894 III, 91–158.
66 Ahrens 1907, 12–14.
67 Dies ergaben die Sichtungen der Nachlässe von F. E. und C. Neumann (Göttingen).
68 Neumann 1893, IV.
69 Dyck 1902.
70 Koenigsberger 1904, 130–134.
71 Vgl. hierzu Neumann 1873, 1893; Simony 1881; Mach 1895 sowie Dyck 1901.
72 Als Ausnahmen sind hier Kneser 1911 und Boehme 1989 zu nennen. Felix Klein gibt einen knappen Hinweis auf Dycks Veröffentlichung (Klein 1926/1927 I, 114).

Kommentar zur Rede:

73 Die Analysis, als *Methode* mathematischer Untersuchungen, wurde zu Jacobis Zeit in die „Analysis der Alten" und die „Analysis der Neueren" unterteilt (s. Klügel I, 86).
In einem Scholion zu den Sätzen 1–5 des 13. Buches der 'Elemente' von Euklid (4. Jh. v. Chr.), in denen die Teilung einer Strecke nach äußeren und mittleren Verhältnissen (stetige Teilung, Goldener Schnitt) behandelt wird, werden die Begriffe 'Analysis' und 'Synthesis' erklärt. Es gilt als sicher, daß diese Erklärungen älter sind als die von Pappos (um 320 n. Chr.) im 7. Buch seiner 'Collectio' gegebenen. Die bei Pappos überlieferten zwei Erklärungen der Analysis lassen verschiedene Interpretationen zu, die hier nicht diskutiert werden sollen. Entscheidend ist hier vielmehr, wie er und andere antike Geometer die analytische Methode praktizierten, wie spätere Gelehrte, wie F. Viète (1540–1603) und R. Descartes (1596–1650), die antike Methode rezipierten, und wie sich diese Rezeption auf die Mathematik der folgenden Jahrhunderte, bis hin zu Jacobis Rede im Jahre 1832, ausgewirkt hat. Hierzu einige Hinweise:
Die 'Analysis der Alten' bezog sich auf die Geometrie (geometrische Analysis, geometrische Algebra). Sie bediente sich lediglich geometrischer Hilfsmittel. Allerdings ist die Analysis Diophants keine geometrische Analysis. Viète sah das 'analytische' Lösungsverfahren bei Diophant und die geometrische Analysis als parallele Methoden an (Klein 1936, 167ff.).
Die Weiterentwicklung der Analysis zu Viètes 'Logistica speciosa' oder zum Aufbau der 'analytischen Geometrie' Descartes' wurde erst durch eine 'Algebra' ermöglicht. Descartes leitete die Algebraisierung der Geometrie ein. Die Analysis, als Methode, bediente sich mehr und mehr der Algebra. Und so erstreckte sich die 'Analysis der Neuern' auf alle meßbaren Gegenstände und gebrauchte algebraische Hilfsmittel ('algebraische' Geometrie Descartes', analytische Geometrie), indem sie den Zusammenhang der Größen in Gleichungen brachte.
Das Prinzip der geometrischen Methode ('Analysis der Alten') und der analytischen Methode ('Analysis der Neuern') ist, wie Jacobi behauptet, in der Tat dasselbe: Man geht von dem Unbekannten aus, *als ob* es gefunden wäre, und sucht seine Beziehungen zu den gegebenen Größen auf. Durch den Gebrauch der Algebra wird die Anwendung dieser Methode erleichtert.
Die geometrische Methode und die analytische Methode werden auch in der höheren Analysis (Analysis des Unendlichen, Differential- und Integralrechnung) unterschieden (vgl. Anm. 75). Lange Zeit waren 'Differentiation' und 'Integration' Mittel zur Lösung geometrischer Probleme. Die ersten Probleme der Infinitesimalrechnung waren Probleme der Quadratur und Kubaturen (schon bei den alten Griechen), das Tangentenproblem (17. Jh.) und das Problem der Geschwindigkeitsbestimmung bei ungleichförmigen Bewegungen (17. Jh.). An die geometrischen Methoden des Eudoxos (4. Jh. v. Chr.) und des Archimedes (3. Jh. v. Chr.) knüpften im späten 16. und im 17. Jahrhundert die Wegbereiter des Leibnizschen und Newtonschen Calculus an (J. Barrow, B. Cavalieri, F. Commandino, R. Descartes, P. de Fermat, G. Galilei, G. de St. Vincent, J. Gregory, J. Kepler, B. Pascal, G. Roberval u.a.). Durch diese Geometer waren schon vor der Erfindung des Calculus wichtige Probleme der Integral- und Differentialrechnung gelöst worden. Erst durch den Calculus, einen 'analytischen' Kalkül nach dem Vorbild der Algebra (das Wort 'algebraisch' wurde oft an Stelle von 'analytisch' gebraucht), wurde es möglich, die Entwicklung der Mathematik nach der analytischen Seite, die von Descartes für die Analysis des Endlichen eingeleitet wurde, auszudehnen.
Weder Newton noch Leibniz hatten ausführliche, lehrbuchartige Darstellungen der Differential- und Integralrechnung hinterlassen. Es war Leonhard Euler (1707–1783), der mit seinen Werken diese Lücke ausfüllte und auch die Infinitesimalrechnung vom geometrischen Beiwerk losgelöst und das rein 'Analytische' von den Anwendungen getrennt hat. Als ersten 'reinen Analytiker' kann man Joseph Louis Lagrange (1736–1813) bezeichnen, der in seiner 'Méchanique Analitique' (Lagrange 1788) und der 'Théorie des fonctions analytiques' (Lagrange 1797) auf geometrische Darstellungen durchgängig verzichtete.

74 In der Vorlage heißt es „Per Theoriam Functionum illustrissimi Lagrange ...". Aus dem Kontext geht hervor, daß Jacobi dessen Lehrwerk 'Théorie des fonctions analytiques' (Lagrange 1797 bzw. 1823) meint.

75 Unter dem Titel 'Analyse des infiniment petits' publizierte G.F. de l'Hospital (1661–1704) im Jahre 1696 die erste zusammenhängende, sich an Leibniz anschließende Darstellung des Differentialkalküls. 'Analyse' hat hier mit seiner ursprünglichen Bedeutung (etwa bei den Griechen oder Viète, vgl. Anm. 77) nichts mehr zu tun. Die Hauptzweige der Analysis als der Lehre von den Funktionen waren zu Jacobis Zeit die Analysis des Endlichen und die Analysis des Unendlichen bzw. Unendlichkleinen (auch 'höhere Analysis' genannt). Die Analysis des Unendlichkleinen wiederum teilt sich in die Differential- und Integralrechnung.

76 In der 'Théorie des fonctions analytiques' (Lagrange 1797) versucht Lagrange, beim Aufbau der Analysis des Unendlichkleinen den umstrittenen Begriff unendlich kleiner Größen (Differentiale) zu vermeiden. Gegenstand seiner Betrachtungen sind alle durch Potenzreihenentwicklung darstellbaren ('analytischen') Funktionen. So wird die Ableitung einer Funktion als Koeffizient der ersten Potenz in der Taylorentwicklung:
$f(x+k) = f(x) + f'(x)k + f''(x)k^2/2! + \ldots$ erklärt.
Lagrange legt hier eine algebraische Grundlegung vor, die beansprucht, ohne das Unendlich-

kleine auszukommen und damit die Analysis zu rechtfertigen. Zur Problematik dieses Unternehmens s. Grabiner 1990.

77 Über die 'ars analytica' schreibt Klügel in seinem 'Mathematischem Wörterbuch' unter dem Stichwort 'Analytik': „Analytik, entweder einerley mit Analysis, oder der Inbegriff aller Verfahrungsarten bey der Entwickelung der Verbindungen der Größen, der Auflösung der Aufgaben, Entdeckung neuer Methoden, und Erweiterung der Untersuchungen in der Mathematik, kurz der analytischen Kunst. Diese läßt sich nur unvollkommen in Bemerkungen, Maximen und Vorschriften fassen. Man muß sie durch fleißige und genaue Beobachtung des Verfahrens der Meister in der Kunst sich erwerben, vorausgesetzt, daß man mathematisches Talent besitzt." (Klügel 1803–1831 I, 100)

Die Bedeutung der Begriffe 'Analysis' bzw. 'analytische Kunst' war bei den damaligen Mathematikern nicht einheitlich. Die bei F. Viète noch sorgfältig definierten und unterschiedenen Formen der Analysis wurden später nicht mehr scharf getrennt. Die Folge war ein gewisses terminologisches Durcheinander.

78 Die erste Beschäftigung Jacobis mit der 'analytischen Kunst' geht noch auf seine Schulzeit am Potsdamer Gymnasium zurück, das er von 1816 bis 1821 besuchte (Kusch 1896, Koenigsberger 1904, 1–3). Die 'Meister' (s.o.) eignete er sich in den ersten Jahren seines Studiums in Berlin (1821–1825) an – aufgrund des relativ niedrigen Ausbildungsniveaus im wesentlichen autodidaktisch: „Der ungeheure Koloß, den die Arbeiten eines Euler, Lagrange, Laplace hervorgerufen haben, erfordert die ungeheuerste Kraft und Anstrengung des Nachdenkens, wenn man in seine innere Natur eindringen will, und nicht bloß äußerlich daran herumkramen", schrieb der neunzehnjährige Jacobi einem Onkel (Koenigsberger 1904, 8).

79 Jacobi meint die Vertreter der französischen mathematischen Physik, insbesondere die Laplacesche Schule (vgl. Anm. 97) und Fourier (s. 1.3 und Anm. 82).

80 Von Jacobi sind nur wenige Stellungnahmen zur zeitgenössischen Schulphilosophie überliefert, so daß sein diesbezüglicher Standpunkt schwer zu bestimmen ist. In seinem Oberlehrerzeugnis werden ihm gute Kenntnisse auch der neueren philosophischen Systeme bescheinigt (Koenigsberger 1904, 10). Mit den 'neueren Philosophen' dürfte er hier auf die Vertreter des deutschen Idealismus, insbesondere auf den wenige Monate zuvor verstorbenen 'Preußischen Staatsphilosophen' Hegel, anspielen. Jacobi hatte in Berlin bei Hegel Philosophie gehört; dieser war auch einer der Prüfer bei seinem Doktorexamen im Jahre 1825 (vgl. 1.1). Zumindest in jungen Jahren scheint er Hegels Philosophie geschätzt zu haben, denn in seiner Anfangszeit als Privatdozent in Königsberg, Immanuel Kants lebenslanger Wirkungsstätte, habe Jacobi sich „fast alle zu Feinden" gemacht – „den Philosophen lobte er Hegel, den Philologen Boeckh, alles auf eine Art, die man ihm nicht verzeihen will", so berichtet Bessel in einem Brief an Gauss vom 12. Dezember 1826 (Koenigsberger 1904, 27). Im Briefwechsel mit seinem Bruder Moritz Hermann Jacobi wird auf Hegel verschiedentlich Bezug genommen, jedoch mit einem durchaus ironisch-kritischen Unterton (vgl. Ahrens 1907).

Mit Friedrich Wilhelm Schelling (1775–1854), neben Hegel und Fichte wichtigster Vertreter des Idealismus, wurde Jacobi ebenfalls persönlich bekannt, jedoch erst in seiner 'zweiten' Berliner Zeit (1844–1851). Schon früher war er für Jacobi „jedenfalls ein gebildeter Mann" (Brief an M.H. Jacobi vom 28. Februar 1841; Ahrens 1907, 79, vgl. 186).

81 Zu der Natur als 'versteinerter Logik' vergleiche man etwa Hegels Bestimmung in der 'Encyklopädie', die bis 1830 drei Auflagen erlebt hatte und auch Jacobi bekannt gewesen sein dürfte: „Die Natur ist als ein System von Stufen zu betrachten, deren eine aus der anderen notwendig hervorgeht und die nächste Wahrheit derjenigen ist, aus welcher sie resultiert, aber nicht so, daß die eine aus der anderen *natürlich* erzeugt würde, sondern in der *innern*, den Grund der Natur ausmachenden Idee." (Hegel 1969, 202)

Auch Schellings Naturverständnis kann mit dieser Wendung angesprochen sein: „ Die höchste Vervollkommnung der Naturwissenschaften wäre ... die vollkommene Vergeistigung aller Naturgesetze zu Gesetzen des Anschauens und Denkens. Die Phänomene (das Materielle) müssen völlig verschwinden und nur die Gesetze (das Formelle) bleiben. – Daher kommt es, daß je mehr in der Natur selbst das Gesetzmäßige hervorbricht, desto mehr die Hülle verschwindet, die Phänomene selbst geistiger werden, und zuletzt völlig aufhören." (Schelling 1957, 8)

82 Diese Passage zeigt den Gegensatz der Anschauungen Jacobis und Fouriers (vgl. Anm. 74), insbesondere bezüglich des mathematischen Fortschritts, besonders klar. Fourier bringt seine Auffassung deutlicher noch als in seiner Jacobi-Kritik (vgl. 1.3) in seiner berühmten 'Théorie Analytique de la Chaleur' zum Ausdruck: „Das tief eingehende Studium der Natur bildet eine ergiebige Quelle für mathematische Entdeckungen. Nicht nur, dass ein solches Studium dadurch, dass es den Untersuchungen ein festes Ziel vorsetzt, leere Fragen und erfolglose Rechnungen ausschliesst, es wird zugleich ein Mittel zur Vervollkommnung der Analysis selbst und zur Aufdeckung der Grundlehren derselben, die für unser Erkennen am notwendigsten sind und für sie von dauerndem Werte bleiben; das sind aber zugleich die Grundlehren, die sich bei der Verfolgung aller Naturerscheinungen wiederholen." (Fourier 1884, S. XIII)

Für Fourier wird die Mathematik als Wissenschaft erst durch ihre Anwendungen legitimiert, ja sogar erst im Bezug auf Naturerscheinungen konstituiert. 'Isoliert' von den Naturwissenschaften wäre sie keiner Entwicklung fähig. Dies ist es, was Jacobi als fehlendes 'inneres' Fortschrittsprinzip kritisiert (vgl. auch Anm. 85 und 88). Während die beiden Mathematiker die Überzeugung teilen, daß die mathematische Methode unabdingbare Voraussetzung für Naturbeschreibung und -erklärung ist, gehen die Gründe für diese Überzeugung weit auseinander (vgl. 1.3): Bei Jacobi werden die Gesetze des Geistes und damit der Mathematik der Natur aufgeprägt. Es handelt sich im Sinne des hier von ihm vertretenen idealistischen Standpunktes (s. Anm. 80 und 81) insofern um der Natur 'eingepflanzte mathematische Ideen', als alle Natur*erkenntnis* eine intellektuelle Strukturierung von Erfahrung voraussetzt. Fourier hingegen geht davon aus, mathematische Strukturen selbst könnten nur durch das 'Studium der Natur' aufgedeckt werden.

Bezogen auf das Problem des *Fortschritts* der Mathematik könnte man den Gegensatz beider auf die Formel bringen: Bei Fourier ist das mathematische Wissen eine Funktion der (fortschreitenden) Naturerfahrung; bei Jacobi ist das mathematische Wissen und *deshalb* auch die Naturerkenntnis eine Funktion der (zunehmenden, sich entfaltenden) Fähigkeiten des menschlichen Geistes.

83 Kegelschnitte sind der griechischen Mathematik etwa seit dem 4. Jh. v. Chr. bekannt, ohne daß ein 'Entdecker' definitiv ausgemacht werden kann. Der Eudoxos-Schüler Menaichmos (Mitte 4. Jh. v. Chr.) kannte Parabel und Hyperbel, ohne aber wohl Sätze der Kegelschnittlehre aufgestellt zu haben. Pappos berichtet, daß Aristaios (um 330 v.Chr.) als erster Kegelschnitte in diesem Sinne behandelt habe; auf ihn stützt sich Euklid. Apollonios von Perge (ca. 262–190 v. Chr.) faßte die Theorie der Kegelschnitte in seinem berühmten Werk 'Conica' zusammen. Auf ihn gehen die noch heute üblichen Bezeichnungen 'Ellipse', 'Parabel' und 'Hyperbel' zurück. S. hierzu und zur Anwendung der Kegelschnitte auf die Astronomie auch Anm. 84.

84 Kepler hatte mit Hilfe der Tychonischen Tafeln eine Untersuchung der Gestalt der Marsbahn unternommen, in deren Verlauf er sich veranlaßt sah, von der copernicanischen Annahme einer (exzentrischen) Kreisbahn der Planeten abzugehen. Erstmals formulierte er in einem Brief an David Fabricius vom 18. Dezember 1604 die Vermutung, daß es sich tatsächlich um eine Ellipsenform handle und eliminierte damit aus der copernicanischen Theorie auch das 'Ptolemäische Residuum' der idealen Kreisbahnen. In der 'Astronomia Nova' (1609) verallgemeinerte er seine Hypothese im 'ersten' und im 'zweiten Keplerschen Gesetz', das 'dritte' findet sich in der 'Harmonice mundi' (1619). S. etwa Urban-Pucker 1975 und Bialas 1990.

Apollonios von Perge begründete zum einen nach dem Bericht des Ptolemaios die theoretische Astronomie durch seine Theorie der Epizykel und Exzenter, mit denen er (scheinbaren) Stillstand und Rückläufigkeit der Planeten erklärte. Diese Erklärung folgt ganz dem Platonischen Dogma der Idealität der Kreisbahn für die Himmelsbewegungen, das erst von Kepler überwunden wurde. Zum anderen kanonisierte er mit seinen 'Conica' die Theorie der Kegelschnitte. (Van der Waerden 1966, 395f., 408–434)

Jacobis 'Antizipations-These' ist nun sicherlich *nicht* so zu verstehen, als habe Apollonios die Ellipsenform der Planetenbewegung vorweggenommen. Sie könnte sich aber dennoch auf *beide* Leistungen des Griechen beziehen: Keplers Bestimmung der Bahn des Mars setzt zum einen die Kenntnis der geometrischen Eigenschaften der Ellipse voraus. In diesem Sinne bemerkt bereits Fries (vgl. 1.3): „Es wäre für *Keppler* und *Galilei* unmöglich gewesen, ihre Entdeckungen zu machen, wenn ihre Vorgänger ihnen die Theorie der Kegelschnitte nicht schon zur Vergleichung überliefert hätten." (Fries 1822, 26) Zum anderen beruht diese Leistung auf der Annahme, daß die Himmelsbewegungen überhaupt eine 'einfache', für den Menschen einsehbare mathematische Struktur aufweisen. Beide 'Bedingungen der Möglichkeit' von Keplers Astronomie finden sich bereits im Werk des Apollonios.

Hier ist ergänzend darauf hinzuweisen, daß sich Jacobi später, angeregt durch Alexander von Humboldt, intensiv mit der Geschichte der griechischen Mathematik, insbesondere auch mit

Apollonios und dessen Theorie der Kegelschnitte, auseinandergesetzt hat (Pieper 1987, insbes. 89–99). Interessant im Kontext dieser Rede ist dabei seine Bewertung Platons: Dessen Postulat, alle astronomischen Veränderungen auf gleichförmige Kreisbewegungen zurückzuführen, wird von Jacobi als *wissenschaftlich* unbegründet kritisiert. Bezeichnend für seine philosophische Position (vgl. Anm. 8) ist jedoch, daß er diesem Postulat dennoch eine heilsame *wissenschaftstheoretische* Funktion beimißt: „... jener supranaturalistische Exceß Plato's hatte andererseits bei der abgöttischen Verehrung, welche er genoß, den Erfolg, ein Gegengewicht gegen die Verflachung durch eine breite Empirie zu bilden. Dem 16. Jahrhundert wurde er so ein treuer Bundesgenosse bei Wiedererringung der Freiheit der Speculation in den Naturwissenschaften, und seine Träume begleiteten Keppler bei der harten Arbeit, mit der er uns die wahren Harmonieen [sic!] der Planeten erschloß." (Brief an A.v. Humboldt vom Oktober oder November 1846; Pieper 1987, 78)

85 Mit „Disziplinen" meinte Jacobi offenbar (nur) die verschiedenen Teilgebiete der *Mathematik*. Ernst Mach, der diese Passage durch eine Veröffentlichung Oskar Simonys kennenlernte, bemerkte hierzu treffend: „Was *C.G.J. Jacobi* von der mathematischen Wissenschaft sagt, daß dieselbe langsam wächst, und nur spät auf vielen Irrwegen und Umwegen zur Wahrheit gelangt, daß alles wohl vorbereitet sein muß, damit endlich zur bestimmten Zeit die neue Wahrheit wie durch eine göttliche Notwendigkeit hervortritt – alles das gilt von *jeder* Wissenschaft. Wir staunen oft, wie zuweilen durch ein Jahrhundert die bedeutendsten Denker zusammenwirken müssen, um eine Einsicht zu gewinnen, die wir in wenigen Stunden uns aneignen können, und die, einmal bekannt, unter glücklichen Umständen sehr leicht *zu gewinnen scheint*." (Mach 1987, 311; vgl. Simony 1881, 41) Mach, in dessen 'phänomenalistischer' Erkenntnistheorie für eine 'reine', erfahrungsunabhängige Mathematik im Sinne Jacobis kein Platz ist, betont gegen Jacobi, daß „selbst der *bedeutende Mensch*" viel „dem Zufall dankt, d.h. gerade jenem eigentümlichen Zusammentreffen des physischen und psychischen Lebens, in welchem eben die stets fortschreitende, unvollkommene, unvollendbare Anpassung des letzteren an ersteres deutlich zum Ausdruck kommt ...". (Mach 1987, 311f.) Jacobi wird von Mach gewissermaßen 'vom Kopf auf die Füße' gestellt, indem dessen Vorstellungen von einer immanenten Entwicklungslogik der Mathematik in einer (für Mach charakteristischen Weise) biologistisch umgedeutet werden: „Jacobis poetischer Gedanke von einer in der Wissenschaft wirkenden göttlichen Notwendigkeit wird für uns nichts an Erhabenheit verlieren, wenn wir in dieser Notwendigkeit *dieselbe* erkennen, die alles Unhaltbare zerstört und alles Lebensfähige fördert. Denn größer, erhabener und auch poetischer als alle Dichtung ist die Wirklichkeit und die Wahrheit."

86 Gemeint ist der Differential- und Integralkalkül.

87 Die Sage berichtet, daß Ödipus dem Königspaar Laios und Jakoste aus Theben von Apollo als Kind geschenkt wurde. Das Orakel hatte König Laios bei der Geburt prophezeit, er werde durch die Hand dieses Kindes umkommen. Der daraufhin verstoßene Ödipus hat später, auf der Suche nach seinen Eltern, diese Prophezeiung (unwissentlich) erfüllt und seinen Vater getötet. Bei der Rückkehr nach Theben begegnete er vor den Toren der Stadt der Sphinx – ein „geflügeltes Ungeheuer", das den Bewohnern Fragen stellte und alle, die sie nicht beantworten konnten, umbrachte. Ödipus allein war imstande, das ihm aufgegebene Rätsel zu lösen, und „aus Scham und Verzweiflung stürzte sich die Sphinx selbst vom Felsen in den Tod. Ödipus aber gewann zum Lohne das Reich Theben und die Hand der Königswitwe, welche seine eigene Mutter war." (Schwab 1974, 160)
Die neuere Mathematik (der 'Kalkül'), so kann Jacobis Bild gedeutet werden, darf nicht als ein dem Menschen gleichsam gottgegebenes *Instrument der Naturerklärung* mißverstanden werden. Die 'Sphinx' Natur behält einen rätselhaften Rest; auf einen 'Ödipus' in Gestalt der Mathematik, der diesen enthüllt, sollte nicht gehofft werden. Die mathematische Naturerkenntnis schreitet zwar mit der Entwicklung des menschlichen Geistes, wie er sich in den Künsten und Wissenschaften manifestiert (s.o.), immer weiter fort, ist aber nicht erschöpfend: Die Natur, so deutet er hier im Sinne der Tradition der Romantik an, ist nicht vollständig durch mathematische Beschreibung erfaßbar.

88 Diese Unterscheidung findet sich noch in ähnlicher Form in der Medizin des ausgehenden 19. Jahrhunderts als Differenzierung zwischen „causae proximae" und „occasionales" (vgl. Eulenburg 1897, 81). Die 'nahen' Ursachen des Fortschrittes der Mathematik liegen für Jacobi in ihrer *inneren* Entwicklung, bei den 'fernen' Ursachen handelt es sich, modern gesprochen, um 'externe' Probleme wie etwa physikalische Fragestellungen, die an die Mathematik herangetragen werden und nur peripher Einfluß auf ihren Gang nehmen können.

89 Vergil Äneis III, 277.

90 Zu Eulers Hydromechanik s. Truesdell 1954 und Mikhailov 1983. Der Grund, warum der Euler-Verehrer Jacobi (vgl. Anm. 6) im Zusammenhang mit seinem Vergil-Zitat gerade auf die 'analytische Hydraulik' anspielt, kann nur vermutet werden: Euler war ein Bewunderer Vergils, dessen Äneis mit ihren 9896 Versen er auswendig konnte (Fuss 1786, XCI). Jacobis Formulierung legt nahe, die 'Vergilschen Gedichte' als 'zufällige Ursache' (s. Anm. 15) für Eulers Beschäftigung mit Problemen der Hydromechanik anzusehen. Tatsache ist jedenfalls, daß Euler sich schon in seiner Jugend auch erfolgreich mit der Theorie des Schiffbaus beschäftigt hatte: „Herr Euler war der erste, der es wagte, die Schiffahrtskunde zu einer vollständigen Wissenschaft zu erheben" (Fuss 1786, LXIX), bemerkt sein Schwiegersohn P.H. Fuss, mit dessen Euler-Biographie Jacobi bestens vertraut war. Spekulativ ließe sich in Fortführung dieses Gedankens Jacobis Anspielung so deuten: Euler, der eine erfolgreiche Theorie des Schiffbaus ausarbeitete, ohne (als Schweizer) bis dahin überhaupt ein Schiff gesehen zu haben, zeigt, daß die *mathematische Intuition* selbst dort wichtige praktische Resultate erzielen kann, wo auf *empirische Anschauung* gar nicht zurückgegriffen werden kann.

91 Jacobi verwendete „gravitas"; wir übersetzen: „die Schwere". Isaac Newton (1643–1727) benutzte für 'Gravitation' in seinen nachgelassenen Schriften die lateinische Bezeichnung „gravitatio". S. etwa Newton 1988.

92 Newton soll bekanntlich im Jahre 1666 in seinem Geburtsort Woolsthorpe auf seine Gravitationstheorie gekommen sein, als ihm, im Garten unter einem Baum sitzend, ein Apfel auf den Kopf fiel. Die populäre Geschichte hat zwei mögliche Ursprünge (s. hierzu Westfall 1982, 143, 154f., 862): Einmal hat John Conduitt, ein entfernter Verwandter Newtons, in Aufzeichnungen über dessen Leben berichtet, Newton sei in seinem Garten darauf gekommen, daß die Kraft der Gravitation, „which brought an apple from the tree to the ground" (S. 154), nicht auf eine bestimmte Entfernung von der Erde beschränkt sein müsse, sondern auch sehr viel weiter, bis zum Mond und darüber hinaus, reichen könne. Der v.a. von Voltaire verbreitete 'Fall' des Apfels könnte diesen Bericht zum Ausgangspunkt haben. Dann ist aber auch in mehreren unabhängigen Quellen davon die Rede, der hochbetagte Newton selber habe in seinen beiden letzten Lebensjahren (1726 und 1727) die Geschichte vom Fall des Apfel mündlich mitgeteilt – ebenfalls keine zuverlässigen Belege, die im übrigen in dem Versuch Newtons ihren Ursprung haben könnten, den Zeitpunkt der Entdeckung des Gravitationsprinzips aus Prioritätsgründen vorzuverlegen (vgl. Schneider 1988, 70). *Auch* aus historiographischer Perspektive ist also Jacobis Ironie durchaus am Platze.

93 Jacobi verwendete „humi", also eigentlich: „auf dem Boden".

94 Epikur (ca. 342–271 v.Chr.) und seine Schüler vertraten im Anschluß an Demokrit (ca. 460–371 v.Chr.) eine Naturphilosophie, nach der alle Vorgänge auf die Bewegungen und die zufälligen Wechselwirkungen von Atomen verschiedener Größe und Gestalt im leeren Raum zurückführbar sind, also insbesondere keiner 'Vorsehung' oder naturimmanenten Zielgerichtetheit unterliegen. Jacobi zieht also auch hier (vgl. Anm. 96) eine Parallele zwischen naturwissenschaftlicher und wissenschaftshistorischer Erklärung und wendet sich sozusagen gegen einen 'historiographischen Epikureismus', der den Wissenschaften eine innere Entwicklungslogik abspricht.

95 Die folgende Passage bezieht sich auf 'De Stella Nova', eine 1606 veröffentlichte Schrift, in der Kepler sich insbesondere mit dem Auftreten eines neuen Sterns im Jahre 1604 auseinandersetzt. Kurz vor der Beobachtung der Nova waren Saturn und Jupiter in eine sog. 'große Konjunktion' getreten. Das räumliche und zeitliche Zusammentreffen beider Vorgänge gab zu den verschiedensten Vermutungen über Zufälligkeit, Naturgesetzlichkeit oder übernatürliche Vorausbestimmtheit Anlaß. Kepler selber sah hierin ein himmlisches Zeichen, das dem Menschen das Walten des allmächtigen Gottes vor Augen führen soll (Caspar 1938, 456f.). Er wandte sich daher mit Nachdruck gegen all jene, die das Auftreten der Nova und ihr Zusammentreffen mit der Saturn-Jupiter-Konjunktion als bloßes Zufallsprodukt der regellosen Bewegung von Materie im Weltraum abtun wollten.

96 Die Erzählung lautet bei Kepler im Original so: „Heri dum fessus a scribendo, animoque intus pulverulento ab atomorum istarum considerationibus, ad coenam vocor: apponit mihi ea, quam dixi, acetarium. Ergo, inquam ego, si toto aere (!) confertae volitarent patinae stanneae, folia lactucae, micae salis, guttae aquae, aceti, olei, ovorum decusses, idque ab aeterno duret: futurum

est tandem aliquando, ut fortuito tale coeat acetarium: respondit bella mea: Sed non hoc decore, neque hoc ordine." (Kepler 1938, 285) Jacobi zitiert diesen Abschnitt fast wörtlich. – Für den Hinweis auf diese Stelle sei Herrn V. Bialas von der Kepler-Kommission der Bayerischen Akademie der Wissenschaften herzlich gedankt.
Nur ein Jahr vor Jacobis Rede erschien eine recht detaillierte Kepler-Biographie von Breitschwert, die (neben verschiedenen Werken Keplers) zu Jacobis Bibliothek gehörte. In ihr wird auch Keplers Kritik des Atomismus verhandelt (Breitschwert 1831, 84). Jacobis starke Beachtung des Keplerschen Werkes (vgl. Anm. 12) ist im übrigen typisch für die Zeit; sie findet sich etwa auch bei Goethe, Hegel und Schelling. Die verbreitete einseitige Hochschätzung Keplers bei gleichzeitiger *relativer* Geringschätzung Newtons teilt Jacobi jedoch offenbar nicht.

97 Zur 'Laplaceschen Schule' (vgl. Anm. 79) sind neben dem Gründer P.S. de Laplace (1749–1827) vor allem S.D. Poisson (1781–1840), E.L. Malus (1775–1812) und J.B. Biot (1774–1862) zu zählen; näher hierzu s. Grattan-Guinness 1990 I, Ch. 7.

98 In diesem Zusammenhang ist die u.a. von Herivel geäußerte Hypothese bemerkenswert, daß die starke positivistische Orientierung der französischen mathematischen Physik nach Laplace (womit insbesondere auch Fourier gemeint ist, vgl. Anm. 79 und 82) mitverantwortlich für deren unbestreitbaren Niedergang im zweiten Drittel des 19. Jahrhunderts war. (Herivel 1967, 121ff.) Diese nicht unumstrittene Behauptung (vgl. etwa Fox 1974) kann als wissenschaftshistorische Explikation des hier von Jacobi geäußerten Gedankens gewertet werden.

99 Gemeint ist natürlich das Dreikörperproblem (allgemeiner: das n-Körper-Problem) der Himmelsmechanik. Für drei Körper haben Euler, Lagrange, Laplace u.a. Spezialfälle behandelt, deren Lösungen allerdings nicht ausreichten, um die eigentliche Frage – die Stabilität des Sonnensystems – befriedigend zu beantworten (Knobloch 1991). Dieses Problem wurde erst gegen Ende des 19. Jahrhunderts von Henri Poincaré (1854–1912) grundsätzlich gelöst.

100 Vgl. hierzu auch 1.3. Schon Euler und Lagrange wurden bei der Behandlung des Dreikörperproblems auf elliptische Integrale geführt. Jacobis Hoffnung, mit der Theorie der elliptischen Funktionen und der Transformation von Doppelintegralen einen 'Schlüssel' zur allgemeinen Lösung dieses Problems zu besitzen, war verfehlt (s. Anm. 99). Zu Jacobis Anwendung der Transformation von Doppelintegralen in der Störungstheorie vgl. Koenigsberger 1904, 175–179. Einen Überblick über Anwendungen der elliptischen Funktionen, insbesondere in der Mechanik, gibt Dieudonné 1985, 477–496.

101 Vgl. hierzu 2.1: gemeint ist der erste Teil von Jacobi 1881–1894 III, 91–158.

102 Julius Eduard Czwalina (1810–1896) ist nach seinem Studium als Lehrer am Collegium Fridericianum in Königsberg, an der St. Johannisschule Danzig und am Danziger Gymnasium tätig gewesen. Er wird 1837 in einer zahlentheoretischen Arbeit Jacobis erwähnt (Jacobi 1881–1894 VI, 263).

103 Ahrens 1907, 90.

104 Ebd., 90.

105 Ebd., 115.

106 Pieper 1987, 106. Bei dem „commandirenden General" handelt es sich um Graf von Wrangel; mit „von Schön" ist der Oberpräsident der Provinz Preußen in der Zeit von 1824–1842, H.T. von Schön, gemeint.

107 Ebd., 108.

108 Ahrens 1907, 2f..

109 Zum Hintergrund von Jacobis Beschäftigung mit der analytischen Mechanik s. etwa Pulte 1994, 497f..

110 Vgl. hierzu die Auflistung der Lehrveranstaltungen in Jacobi 1881–1894 VII, 410f..

111 Ahrens 1907, 35.

112 Jacobi 1881–1894, Suppl. Bd., 1.

113 S. hierzu etwa Pulte 1989.

114 Vgl. hierzu Pieper 1982.

115 S. Pieper 1987 und zum 'Historisierungs-Aspekt' Pieper-Tobies 1988 und Pulte 1994.

116 Zu Keplers Neuplatonismus vgl. den Kommentar zu Jacobis Königsberger Rede, insbes. die Anm. 84 und 95. Die Bezugnahme auf Kepler kommt v.a. in der folgenden Passage dieser Rede zum Ausdruck: „Sowohl die natürliche Welt als auch der seiner selbst bewußte Mensch wurden von dem besten und größten Gott geschaffen; es gelten dieselben Gesetze des menschlichen Geistes, dieselben der Natur, das ist die Bedingung, ohne die die Welt nicht verstehbar wäre, ohne die es keine Erkenntnis der Gegenstände der Natur gäbe."

117 S. hierzu näher Pulte 1993.

118 Pieper 1987, 99.

119 Eine detaillierte Darstellung der Vorgeschichte und des Inhalts dieser Vorlesung findet sich in Pulte 1994. Wie auch dort, wird die 'Analytische Mechanik' im folgenden nach Seitenzahl der 'Bochumer'/Seitenzahl der 'Berliner' Vorlesungsnachschrift zitiert. Eine Veröffentlichung dieser Nachschrift befindet sich in Vorbereitung.

120 Jacobi, Analytische Mechanik, 153/187f..

121 Ebd., 2/4.

122 Ebd., etwa 4/6.

123 Ebd., 2/4 und 3f./4f..

124 Zum Vergleich der Konventionsbegriffe Jacobis und Poincarés s. Pulte 1994, 3.3.

125 Jacobi, Analytische Mechanik, 2/4.

126 Hierzu näher Pulte 1994, 3.2.

127 Jacobi, Analytische Mechanik, etwa 23/28.

128 Ahrens 1907, 157.

129 Lang 1989, 13.

130 „Der mathematische Mönch zieht sich in eine stille Klause zurück, versenkt sich in Kontemplation und reinem Denken, sucht Erkenntnis um ihrer selbst willen und erweitert damit den Besitzstand der Mathematik. Das tut er ohne Rücksicht auf Anwendbarkeit seiner Ergebnisse, sondern lediglich aus Freude an der Bezwingung von Problemen. ... Der mathematische Weltmann empfängt auf dem Marktplatz des Lebens von überall her Aufgaben und Anregungen und liefert nach der Bearbeitung konkrete Resultate und abstrakte Denkformen aus. Sein Interesse gilt dem Wechselspiel zwischen Mathematik und Realität." (Walther 1966, 2)

6 Literaturverzeichnis

Abel, N.H.: Oeuvres complètes. Nouvelle édition (Hrsg. L. Sylow, S. Lie). 2 Bde., Christiana: Grondahl 1881

Ahrens, W.: C.G. J. Jacobi und die Jacobi-Biographie. Math.-Naturwiss. Bl. 1, 165–172 (1904)

Ahrens, W. (Hrsg.): Briefwechsel zwischen C.G.J. Jacobi und M.H. Jacobi. Leipzig: Teubner 1907

Bialas, V.: Keplers komplizierter Weg zur Wahrheit: Von neuen Schwierigkeiten, die 'Astronomia Nova' zu lesen. Ber. zur Wiss.gesch. 13, 167–176 (1990)

Biermann, K.R.: Eine unveröffentlichte Jugendarbeit C.G.J. Jacobis über wiederholte Funktionen. J. reine angew. Math. 207, 96–112 (1961)

Biermann, K.R.: Die Mathematik und ihre Dozenten an der Berliner Univerität. (2. Aufl.). Berlin: Akademie-Verlag 1988

Boeckh, A.: Enzyklopädie und Methodenlehre der philologischen Wissennschaften (Hrsg. E. Bratuschek, 2. Aufl.). Leipzig: Teubner 1886

Boehme, H.: Hegel und die Berliner Mathematische Schule. In: Kimmerle, H., Lefèvre, W., Mayer, R.W. (Hrsg.) Hegel-Jahrbuch 1989. Giessen: Germinal 1989, 273–282

Borchardt, W. (Hrsg.): Correspondance mathématique entre Legendre et Jacobi. J. reine angew. Math. 80, 205–279 (1875)

Breitschwert, J.L.C. v.: Johann Keppler's Leben und Wirken, nach neuerlich aufgefundenen Manuscripten bearbeitet. Stuttgart: Löfflund & Sohn 1831

Caspar, M.: Nachbericht. In: Johannes Kepler, Gesammelte Werke Bd. 1 (Hrsg. M. Caspar). München: Beck'sche Verlagsbuchhandlung 1938, 401–487

Crelle, L.A.: Encyklopädische Darstellung der Theorie der Zahlen und einiger anderer damit in Verbindung stehender analytischer Gegenstände. Bd.1, Berlin 1845

Dirichlet, G.L.: Werke (Hrsg. auf Veranlassung der Preuss. Akad. der Wiss. von L. Kronecker. Fortges. von L. Fuchs). 2 Bde., Berlin: Reimer 1889,1897

Dirichlet, G.L. : Gedächtnisrede auf Carl Gustav Jacob Jacobi. Abh. der Königl. Akad. der Wiss. Berlin 1852 (zit. nach: C.G.J. Jacobi's Gesammelte Werke. Bd. 1, Berlin 1881), 1–28

Dieudonné, J.: Geschichte der Mathematik, 1700–1900. Braunschweig, Wiesbaden: Vieweg 1985

Dyck, W.v.: Über die Beziehungen zwischen künstlerischem und wissenschaftlichem Erfassen der Natur (Rede in der TH München, 16.1.1901). In: Allg. Münchener Zeitg., Beilage Nr. 35

Dyck, W.v.: Eine in den hinterlassenen Papieren Franz Neumann's vorgefundene Rede von C.G.J. Jacobi. Sitz. ber. Bayer. Akad. der Wiss., Math.-physik. Kl. 31 (Jg. 1901), 203–208 (1902) (auch abgedruckt in: Math. Ann. 56, 252–256 (1903))

Eccarius, W.: Zur Gründungsgeschichte des Journals für die reine und angewandte Mathematik. NTM, Schriftenr. Gesch. Naturwiss. Tech. Med. 14, 8–28 (1977)

Ende, H.: Der Konstruktionsbegriff im Umkreis des Deutschen Idealismus. Meisenheim a.G.: Hain 1973

Eulenberg, A. (Hrsg.): Real-Encyclopädie dear gesammten Heilkunde, Bd. 13 (3. Aufl.). Wien, Leipzig: Urban & Schwarzenberg 1897

Euler, L.: Vom Nutzen der höheren Mathematik. In: Burckhardt, J.J. (Hrsg.) Leonhardi Euleri Opera Omnia, Ser. III, Bd. 2. Leipzig, Zürich: Teubner, Füssli 1942, 408–415

Fourier, J.B.J.: Analyse des travaux de l'Académie royale des Sciences, pendant l'année 1828; Partie Mathématique. Mém. de l'Acad. des Sci. de l'Inst. de France 11 (Histoire), I-LIX (1832)

Fourier, J.B.J.: Analytische Theorie der Wärme (Deutsche Ausgabe von B. Weinstein). Berlin: J. Springer 1884

Fox, R.: The Rise and Fall of Laplacian Physics. Hist. Stud. Phys. Sci. 4, 89–136 (1974)

Fries, J.F.: Die mathematische Naturphilosophie nach philosophischer Methode bearbeitet. Ein Versuch. Heidelberg: Winter 1822 (zit. nach: Sämtliche Schriften, Bd. 13. Hrsg. G. König, L. Geldsetzer. Aalen: Scientia 1979)

Fuss, N.: Lobrede auf Leonhard Euler. Basel: Schweighäuser 1786 (zit. nach: Leonhardi Euleri Opera Omnia, Ser. I, Bd. 1. Hrsg. H. Weber. Leipzig, Berlin: Teubner 1911), XLIII-XCV

Gauß, C.F.: Werke (Hrsg. von der Königl. Ges. der Wiss. zu Göttingen). 12 Bde., Göttingen, Leipzig: Teubner, Springer 1863–1929

Grabiner, J.V.: The Calculus as Algebra: J.L. Lagrange, 1736–1813. New York: Garland 1990

Grattan-Guinness, I.: Convolutions in French Mathematics, 1800–1840. From the Calculus and Mechanics to Mathematical Analysis and Mathematical Physics. 3 Vols., Basel, Boston, Stuttgart: Birkhäuser 1990

Hegel, G.W.F.: Enzyklopädie der philosophischen Wissenschaften im Grundrisse (Nach der dritten Ausgabe (1830) hrsg. von F. Nicolin, O. Pöggeler, 9. Aufl.). Hamburg: Meiner 1969

Herivel, J.W.: Aspects of French Theoretical Physics in the Nineteenth Century. Br. J. Hist. Sci. 3,109–132 (1967)

Humboldt, A.v.: Versuche über die gereizte Muskel- und Nervenfaser. 2 Teile, Posen, Berlin: Decker, Rottmann 1797

Jacobi, C.G.J.: Gesammelte Werke (Hrsg. auf Veranlassung der Königl. Preuss. Akad. der Wiss. von C.W. Borchardt, K. Weierstraß, E. Lotter). 7 Bde. u. 1 Suppl. Bd., Berlin: Reimer 1881–1894

Jacobi, C.G.J.: Vorlesungen über analytische Mechanik (Universität Berlin. WS 1847/48). Nachschrift von W. Scheibner (Urschrift A: Bibl. des Math. Inst. der Ruhr-Univ. Bochum, Sign. 30966, 238 S.; Abschrift B: Jacobi-Nachlaß, Akademie-Archiv Berlin, Sign. Ms. B. 22, 308 S.)

Jahnke, H.N.: Mathematik und Bildung in der Humboldtschen Reform. Göttingen: Vandenhoeck & Ruprecht 1990

Kepler, J.: Gesammelte Werke, Bd. 1: Mysterium Cosmographicum, De Stella Nova (Hrsg. von M. Caspar). München: Beck'sche Verlagsbuchhandlung 1938

Klein, F.: Vorlesungen über die Entwicklung der Mathematik im 19. Jahrhundert. 2 Bde., Berlin: J. Springer 1926/1927, repr.: Darmstadt: WB 1986

Klein, J.: Die griechische Logistik und die Entstehung der Algebra. Quellen und Studien zur Geschichte der Math., Astr. und Physik, Abt. B. 3, 18–105, 122–235 (1936)

Klügel, G.S.: Mathematisches Wörterbuch. Erste Abteilung: Die reine Mathematik. 5 Bde., Leipzig: Schwickert 1803–1831

Kneser, A.: Mathematik und Natur. Rede zum Antritt des Rektorats der Breslauer Universität in der Aula Leopoldina am 15. Oktober 1911 (Zweiter Abdruck). Breslau: Trewendt & Granier 1813

Knobloch, E.: Premiers développements de „l'analyse": le problème à deux et trois corps chez Euler et Lagrange. In: Gandt, F. de, Vilain, Chr., Peiffer, J. (Hrsg.) Actes des Journées d'Histoire et d'Epistémologie, à l'Observatoire de Paris-Meudon les 22 et 23 juin 1989, Bd. II, 21–55. Paris: Observatoire de Paris-Meudon 1991

König, G., Geldsetzer, L.: Vorbemerkung der Herausgeber. In: Jakob Friedrich Fries, Sämtliche Schriften Bd. 13: Die mathematische Naturphilosophie nach philosophischer Methode bearbeitet (1822). Aalen: Scientia 1979, 17*-94*

Königsberger, L.: Carl Gustav Jacob Jacobi. Festschrift zur Feier der hundertsten Wiederkehr seines Geburtstages. Leipzig: Teubner 1904

Kusch, E.: C.G.J. Jacobi und Helmholtz auf dem Gymnasium. Programm des Victoria-Gymnasiums zu Potsdam. Potsdam, Leipzig: Teubner 1896

Lagrange, J.L.: Méchanique Analitique. Paris: Desaint 1788

Lagrange, J.L.: Théorie des Fonctions analytiques contenant les principes du calcul différentiel dégagés de toute considération d'infiniment petits, d'évanouissan, de limites et de fluxions, et réduits à l'analyse algébrique des quantités finies. Paris: Imprimerie Impériale 1797 (übersetzt als:)

Lagrange, J.L.: Theorie der analytischen Functionen. Enthält: ... (Deutsch hrsg. von A.L. Crelle) Berlin: Reimer 1823

Lang, S.: Faszination Mathematik. Leipzig: Teubner 1989

Legendre, A.-M.: Traité des Fonctions elliptiques. 3 Bde., Paris: Huzard-Courcier 1825–1832

Liebmann, O.: Kant und die Epigonen. Stuttgart: Schober 1865, repr.: Berlin: Reuther & Reichard 1912

Mach, E.: Über den Einfluß zufälliger Umstände auf die Entwicklung von Erfindungen und Entdeckungen (1895). (Zit. nach: Populärwissenschaftliche Vorlesungen, 5. Aufl.. Wien, Köln, Graz: Böhlau 1987)

Mikhailov, G.K.: Leonhard Euler und die Entwicklung der theoretischen Hydraulik im zweiten Viertel des 18. Jahrhunderts. In: Leonhard Euler, 1707–1783; Beiträge zu Leben und Werk. Basel, Boston, Stuttgart: Birkhäuser 1983, 229–241

Neumann, C.: Über die den Kräften elektrodynamischen Ursprungs zuzuschreibenden Elementargesetze. Leipzig: Hirzel 1873

Neumann, C.: Beiträge zu den einzelnen Theilen der mathematischen Physik. Leipzig: Teubner 1893

Newton, I.: Über die Gravitation ...: Texte zu den philosophischen Grundlagen der klassischen Mechanik (Text lateinisch-deutsch. Übers. und erl. von G. Böhme). Frankfurt a.M.: Klostermann 1988

Novalis: Romantische Welt. Die Fragmente. Leipzig: Dieterich'sche Verlagsbuchhandlung 1939

Peters, C.A.F. (Hrsg.): Briefwechsel zwischen C.F. Gauß und H.C. Schumacher, Bd. 4. Altona 1862

Pieper, H.: Jacobi in Berlin. Die Entwicklung Berlins zum Wissenschaftszentrum. Teil IV. Inst. für Theorie, Geschichte und Org. der Wiss. der AdW der DDR 30, 1–35 (1982)

Pieper, H.: Jacobis Bemühungen um die Herausgabe Eulerscher Schriften und Briefe. In: Wiss. Zeitschr. PH Erfurt. Math.-Naturwiss. Reihe 20 (H. 3), 78–98 (1984)

Pieper, H. (Hrsg.): Briefwechsel zwischen Alexander von Humboldt und C.G. Jacob Jacobi. Berlin: Akademie-Verlag 1987

Pieper, H.: Urteile C.G.J. Jacobis über den Mathematiker E.E. Kummer. NTM, Schriftenr. Gesch. Naturwiss. Tech. Med. 25, 23–36 (1988)

Pieper, H., Tobies, R.: Zum Verhältnis deutscher Mathematiker des 19. Jahrhunderts zur Geschichte ihrer Wissenschaft. In: Mitt. Math. Ges. DDR 3/4, 55–71 (1988)

Poisson, S.D.: Rapport sur l'ouvrage de M. Jacobi. Bull. des Sci. Math., Phys. et Chim. 123, 249–266 (1830)

Poisson, S.D.: Rapport sur l'ouvrage de M. Jacobi. Mém. de l'Acad. des Sci. de l'Inst. de France 10, 73–117 (1831)

Pulte, H.: Das Prinzip der kleinsten Wirkung und die Kraftkonzeptionen der rationalen Mechanik. Eine Untersuchung zur Grundlegungsproblematik bei Leonhard Euler, Pierre Louis Moreau de Maupertuis und Joseph Louis Lagrange. Wiesbaden: Steiner 1989

Pulte, H.: Zum Niedergang des Euklidianismus in der Mechanik des 19. Jahrhunderts. In: Allg. Ges. für Phil. in Deutschlang (Hrsg.) XVI. Deutscher Kongreß für Philosopie (20.-24. Sept. 1993), Sektionsbeiträge, Bd. 2, 833–840. Berlin: TU Berlin 1993

Pulte, H.: C.G.J. Jacobis Vermächtnis einer 'konventionalen' analytischen Mechanik: Vorgeschichte, Nachschriften und Inhalt seiner letzten Mechanik-Vorlesung. Annals of Science 51, 497–517 (1994)

Pyenson, L.: Neohumanism and the Persistence of Pure Mathematics in Wilhelmian Germany. Philadelphia: Amer. Phil. Ass. 1983

Sartorius von Waltershausen, W.: Gauß zum Gedächtnis. Leipzig: Hirzel 1865
Schelling, F.W.J.: System des transzendentalen Idealismus (1800). (Hrsg. von R.-E. Schulz) Hamburg: Meiner 1957
Scharlau, W.: The Origins of Pure Mathematics. In: Jahnke, H.N., Otte, M. (Hrsg.) Epistemological and Social Problems of the Sciences in the Early Nineteenth Century. Dordrecht, Boston, London: Reidel 1981, 331–347
Schneider, I.: Isaac Newton. München: Beck 1988
Schubring, G.: The Conception of Pure Mathematics as an Instrument in the Professionalization of Mathematics. In: Mehrtens, H., Bos, H., Schneider, I. (Hrsg.) Social History of Nineteenth Century Mathematics. Basel, Boston, Stuttgart: Birkhäuser 1981, 111–134
Schwab, G.: Die schönsten Sagen des klassischen Altertums. München: Gondrom 1974
Simony, O.: Gemeinfassliche, leicht controlirbare Lösung der Aufgabe: „In ein ring-förmig geschlossenes Band einen Knoten zu machen" und verwandter merkwürdiger Probleme. Wien: Gerald & Co. 1881
Stuloff, N.: Über den Wissenschaftsbegriff der Mathematik in der ersten Hälfte des 19. Jahrhunderts. In: Diemer, A. (Hrsg.) Beiträge zur Entwicklung der Wissenschaftstheorie im 19. Jahrhundert. Meisenheim a. G.: Hain 1968, 71–89
Truesdell, C.A.: Rational Fluid mechanics, 1687–1765. Editors introduction to: Leonhardi Euleri Opera Omnia Ser. II, Bd. 12. Lausanne: Füssli 1954
Urban, P., Pucker, N.: Johannes Kepler. Sein Anteil an der Entwicklung der Naturwissenschaften. In: Johannes Kepler 1571–1971. Gedenkschrift der Universität Graz. Graz: Leykam 1975, 11–27
van der Waerden, B.: Erwachende Wissenschaft. Ägyptische, babylonische und griechische Mathematik (2. Aufl.). Basel, Stuttgart: Birkhäuser 1966
Viète, F.: Einführung in die Neue Algebra (Hrsg. K. Reich, H. Gericke). München 1973
Walther, A.: Mathematik als Einheit aus reiner und angewandter Mathematik. In: Behnke, H., Bertram, G., Sauer, R. (Hrsg.) Grundzüge der Mathematik, Bd. 4. Göttingen: Vandenhoeck & Ruprecht 1966, 1–20
Westfall, R.S.: Never at Rest. A Biography of Sir Isaac Newton. Cambridge u.a.: Cambridge University Press 1982.