

Edition Universität

Helmut Pulte

# Axiomatik und Empirie

Eine wissenschaftstheoriegeschichtliche Untersuchung  
zur Mathematischen Naturphilosophie  
von Newton bis Neumann



Wissenschaftliche Buchgesellschaft

Einbandgestaltung: Neil McBeath, Stuttgart.

*Es ist nemlich diese Wissenschaft [Newtons mathematische Naturphilosophie] eigentlich die Rüstkammer aller derjenigen Hypothesen, aus welchen nachher in der Erfahrung die Erklärungen gelingen. Darin ist bei weitem das meiste von mathematischer Entwicklung, aber die Grundbegriffe sind philosophisch, und sollte es gelingen, die Naturkundigen über diese zu verständigen, so würden wir dadurch für die Disciplin der Hypothesen ungemein viel gewinnen.*  
(Jakob Friedrich Fries)

Die Deutsche Bibliothek verzeichnet diese Publikation  
in der Deutschen Nationalbibliografie;  
detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über  
<http://dnb.ddb.de> abrufbar.

Das Werk ist in allen seinen Teilen urheberrechtlich geschützt.  
Jede Verwertung ist ohne Zustimmung des Verlages unzulässig.  
Das gilt insbesondere für Vervielfältigungen,  
Übersetzungen, Mikroverfilmungen und die Einspeicherung in  
und Verarbeitung durch elektronische Systeme.

© 2005 by Wissenschaftliche Buchgesellschaft, Darmstadt  
Die Herausgabe des Werkes wurde durch  
die Vereinsmitglieder der WBG ermöglicht.  
Gedruckt auf säurefreiem und alterungsbeständigem Papier  
Printed in Germany

Besuchen Sie uns im Internet: [www.wbg-darmstadt.de](http://www.wbg-darmstadt.de)

ISBN 3-534-15894-6

## Inhalt

Vorwort .....	
I Zur Einleitung: ‚Mathematische Naturphilosophie‘ und ‚Wissenschaftstheorie‘ als begriffsgeschichtliche Problemindikatoren .....	
II Klassischer und moderner Wissenschaftsbegriff: Metatheoretische und metahistorische Vorüberlegungen .....	
1. Der klassische Wissenschaftsbegriff .....	
1.1 Kriterien klassischer Wissenschaft .....	
1.2 Die AFE-Interpretation Aristotelischer Wissenschaft .....	
1.3 Klassische und Baconsche Wissenschaft .....	
2. Klassische Mathematische Naturphilosophie (KMN) .....	
2.1 Funktionen der Mathematik .....	
2.2 Eine AFE-Charakterisierung der KMN .....	
2.3 Laplacesche Wissenschaft: Eine kleine Dämonologie .....	
2.4 Mechanischer Euklidianismus als Wissenschaftsideal und dessen Auflösung .....	
3. Zielsetzung, Methode und Plan der Untersuchung .....	
3.1 Zielsetzung: Analyse der Auflösung des axiomatischen Denkens in der KMN .....	
3.2 Methode: Analytisch-genetische Rekonstruktion der Vergangenheit .....	
3.3 Plan: Aufbau und Grenzen der Untersuchung .....	
III Axiomatik und Empirie bei I. Newton .....	
1. Einführung .....	
2. Der axiomatische Aufbau der Principia .....	
2.1 Zur Stellung der Axiome in den Principia .....	
2.2 Ein Beispiel: Liber I, Sectio II, Theorema I .....	
2.3 Die Kritik Duhems und Poppers .....	
3. Trägheitsprinzip, absoluter Raum und die ‚axiomatisierende‘ Funktion der Mathematik .....	
3.1 ‚Axiomatisierende‘ Funktion der Mathematik .....	
3.2 Empirischer Charakter des Trägheitsprinzips .....	
3.3 Das ‚Paradox der modernen Mechanik‘ im Rahmen der KMN .....	
4. Prinzipientertismus und empiristische Methodologie .....	
4.1 Methode der Analyse und Synthesen .....	
4.2 Hypothesenbegriff .....	
4.3 Prinzipientertismus .....	
5. Zusammenfassung und Ausblick .....	

IV Stationen und Entwicklungen Klassischer Mathematischer Naturphilosophie im Zeitalter der Aufklärung .....	135
1. Einführung .....	135
2. Zur allgemeinen Entwicklungsstruktur der rationalen Mechanik .....	138
2.1 Rationale Mechanik als Mathematik .....	139
2.2 Drei Programme der rationalen Mechanik .....	141
2.3 Rivalisierende Euklidianismen: Drei Kontroversen .....	145
2.4 Mechanischer Euklidianismus und Humescher Skeptizismus .....	147
2.5 Prinzipieninflation und systematisch-deduktive Organisation .....	151
2.6 Prinzipienbegründungen und Begründungsprinzipien .....	156
2.7 Begründungen des zweiten Bewegungsgesetzes .....	164
2.8 Mach, Truesdell und die Entwicklung des 18. Jahrhunderts .....	168
3. Zwischen Mathematik und Metaphysik: Eulers rationale Mechanik .....	170
3.1 AFE-Charakter der Eulerschen Mechanik und Probleme ihrer Axiomatisierung .....	171
3.2 Newtonsche Axiomatik und Integration von Erhaltungssätzen .....	176
3.3 Metaphysische Begründung und Autonomisierung der rationalen Mechanik .....	178
3.4 Zusammenfassung .....	185
4. Analytische Mechanik und analytische Prinzipien .....	187
4.1 Analytische Mechanik .....	187
4.2 Analytische Prinzipien .....	189
4.3 Ausblick .....	197
5. Mechanik als Mathematik: Lagranges Méchanique Analytique .....	198
5.1 Wandelnde Prinzipien und Konzepte: Lagranges frühe Arbeiten .....	199
5.2 Die Argumentation der Méchanique Analytique .....	204
5.3 Evidenzprobleme und ‚Gummi-Euklidianismus‘: Der späte Lagrange und die Lagrange-Rezeption .....	211
6. Mechanischer Euklidianismus und konstruktivistische ‚Mythen des wissenschaftshistorischen Geistes‘ .....	217
6.1 Eine konstruktivistische Rekonstruktion .....	217
6.2 Eine analytisch-genetische Kritik .....	219
7. Kant und die rationale Mechanik des 18. Jahrhunderts: Zwei Projektionen ..	224
7.1 Die ‚synthetische‘ Projektion: <i>Metaphysische Anfangsgründe</i> .....	228
7.2 Die ‚analytische‘ Projektion: <i>Kritik der Urteilskraft</i> .....	237
7.3 Kritik und Ausblick .....	238
V System, Theorie und Heuristik: Zur Transformation von nomothetischer Teleologie und Systemdenken bei Kant und Fries .....	240
1. Einführung .....	240
2. Nomothetische Teleologie im 18. Jahrhundert .....	245
2.1 Zwei Formen von Teleologie .....	245
2.2 Zur teleologischen Interpretation des Prinzips der kleinsten Wirkung .....	248
3. Nomothetische und subjektive formale Teleologie bei Kant .....	252

3.1 Vorkritische Rezeption der Physikotheologie .....	
3.2 Subjektive formale Teleologie im Rahmen des kritischen Systems .....	
3.3 System und Gesetzesnotwendigkeit .....	
4. Fries' methodologische Auflösung von Kants subjektiver formaler Teleologie .....	
4.1 Funktionale Spaltung der subjektiven formalen Teleologie .....	
4.2 System, Theorie und heuristische Maximen .....	
4.3 Die Teleologie der Natur als bildliche Umkehrung der Kausalreihe ..	
4.4 Das Prinzip der kleinsten Wirkung als allgemeinstes indirektes Gesetz der Bewegung .....	
5. Zusammenfassung .....	
VI Die ‚rein mathematische‘ Auflösung der Klassischen Mathematischen Naturphilosophie .....	
1. Das Problem der Anwendung von Mathematik: Rückblick, Problemstellung und Einordnung .....	
1.1 Positivismus: Auguste Comte .....	
1.2 Empirismus: John Herschel .....	
1.3 ‚Semi-Kantianismus‘: W.R. Hamilton .....	
1.4 Zusammenfassung .....	
2. Jacobi und die reine Mathematik .....	
2.1 Reine Mathematik und Anwendungsproblem .....	
2.2 Mathematische Naturgesetzlichkeit und Anwendungsproblem beim ‚jungen‘ Jacobi .....	
2.3 Physikalisation und Historisierung: Jacobis Weg zu einer neuen Sicht des Anwendungsproblems .....	
3. ‚Vom Standpunkt der reinen Mathematik‘: Jacobis konventionale Mechanik .....	
3.1 Die neue Sicht der analytischen Tradition .....	
3.2 Mechanische Prinzipien als ‚bloße Conventionen‘ .....	
3.3 Konventionen bei Jacobi und Poincaré .....	
4. Beweise und Widerlegungen: Jacobis Kritik an Lagrange .....	
4.1 Das Prinzip der virtuellen Geschwindigkeiten nach Jacobi .....	
4.2 Lagranges erster Beweis .....	
4.3 Jacobis erste Widerlegung .....	
4.4 Lagranges zweiter Beweis .....	
4.5 Jacobis zweite Widerlegung .....	
5. Zusammenfassung und Bewertung .....	
VII Die weitere Hypothesierung und Konventionalisierung der Mathematischen Naturphilosophie bei B. Riemann und C. Neumann .....	
1. Einleitung: Riemann, Neumann und der Einfluß Jacobis .....	
2. Riemanns neue Mathematische Naturphilosophie vor dem Hintergrund der Newtonschen und der analytischen Tradition .....	
2.1 Trägheitsprinzip, Geometrie und Nahwirkung: Kritik der Newtonschen Mechanik .....	

2.2	„An der Grenze des Vorstellbaren“: Wissenschaftlicher Realismus, Mathematik und der Status der neuen Mathematischen Naturphilosophie .....	375
2.3	„Höhere Mechanik“, Äthertheorie und Einheit der Kräfte: Ansätze zur neuen Mathematischen Naturphilosophie .....	388
2.4	Die physikalische Geometrie in Riemanns „Hypothesen“: Eine spekulative Interpretation .....	395
2.5	Zusammenfassung: Riemann als Vorläufer Einsteins? .....	399
3.	Neumanns Kritik der „Prinzipien der Galilei-Newton’schen Theorie“ .....	402
3.1	Wendezeit und Neumanns Weg zum „Körper Alpha“ .....	402
3.2	„Niemals wahr oder wahrscheinlich“: Prinzipienfallibilismus der mathematischen Physik und Certismus der Mathematik .....	413
3.3	Prinzipienprüfung und der neue wissenschaftstheoretische Status der Mechanik .....	418
3.4	Hypothesierung, Konditionalisierung und Konventionalisierung des Trägheitsprinzips: Neumanns Körper „Alpha“ und der absolute Raum .....	421
3.5	Zusammenfassung: Neumann als Vorläufer Machs und Poppers .....	429
VIII	Schluß: Die Evolution vor Einstein .....	432
	Quellen .....	439
	Namensregister .....	496

## Vorwort

Bereits in ihren frühen verbrieften Anfängen, bei Archytas von Tarent und Demokrit von Abdera, wurde Mechanik nicht allein als eine praktische Gerätelehre, sondern auch als eine *theoretische* Wissenschaft aufgefaßt und betrieben. Mit dem Anspruch, ihre Prinzipien durch Angabe erster, unbezweifelbarer Prinzipien begründen zu können und mit der axiomatisch-deduktiven Methode stand diese Wissenschaft von Beginn an in enger Verbindung zur Geometrie.

Erst mit Beginn der *Neuzeit* allerdings konnte die Mechanik von einer naturphilosophischen „Überlistungskunst“ zu einer naturoffenbarenden Wissenschaft werden: Die Erkenntnis, daß die Natur einer allgemeinen und mathematisch formulierbaren Gesetzmäßigkeit unterliegt, ist neben der Ausbildung einer systematischen Experimentierkunst *das* entscheidende Charakteristikum der neuzeitlichen Wissenschaft. Die Voraussetzung, daß eine Anzahl wahrer Sätze über ein- und denselben Gegenstand nicht nur einer logischen Ordnung, sondern einer ganz bestimmten, nämlich axiomatisch-deduktiven Anordnung bedürfe, um Wissenschaft zu heißen, gehört zum Erbe des Wissenschaftsverständnisses der Neuzeit. Die Koexistenz beider Auffassungen im 17. und 18. Jahrhundert läßt sich, allerdings erst *post festum*, als *Ungleichzeitigkeit* zweier verschiedener Wissenschaftsauffassungen kennzeichnen. Diese Gleichzeitigkeit nicht mit einem *modernen* Wissenschaftstypus verwechselt werden sollte: Zwar Euklids *Elementen* und Newtons *Principia* liegen zwei Jahrtausende, die zur Entstehung eines solchen Typus eben *nicht* hinreichten.

Ich führe diese beiden Werke hier nicht nur an, weil das erste als Paradigma der *antiken* Wissenschaft, das zweite hingegen gemeinhin — nach meiner Auffassung aber ohne ausreichenden Grund — als Paradigma *moderner* Wissenschaft fungiert, sondern weil ihre Nennung in einem Atemzug geradewegs auf jenen Problemkomplex von Erkenntnis um den es hier geht: Die Adaption einer der Mathematik entnommenen *euklidischen* Wissenschaftsauffassung an den Bereich der *philosophia naturalis* macht die thematische Physik im 18. Jahrhundert zum Kristallisationspunkt der Erwartung, das Erkenntnis von einer Qualität erlangen und in einer Organisationsform darstellen zu können, wie sie bis dahin nur der Mathematik selbst zugestanden wurde.

Diejenige Wissenschaft, die die Möglichkeit einer wahren und universellen thematischen Naturbeschreibung und -erklärung versprach, wird heute — eben so einfach wie vereinfachend und irreführend — die „Newtonsche Mechanik“ genannt. Ein genuines Phänomen ist die Bewegung diskreter Massen, und als Theorie der Bewegung