DOKUMENTE ZUR GESCHICHTE DER MATHEMATIK

Band 8

CARL GUSTAV J. JACOBI

VORLESUNGEN
ÜBER
ANALYTISCHE MECHANIK

BERLIN 1847/48

Deutsche Mathematiker-Vereinigung

vieweg

Dokumente zur Geschichte der Mathematik
Band 8

Carl Gustav J. Jacobi

Vorlesungen über analytische Mechanik

Berlin 1847/48

Nach einer Mitschrift von
Wilhelm Scheibner

herausgegeben von
Helmut Pulte

Deutsche Mathematiker-Vereinigung

vieweg

Dr. *Helmut Pulte*
Ruhr-Universität Bochum
Fakultät für Philosophie, Pädagogik und Publizistik
Institut für Philosophie
Universitätsstraße 150
44801 Bochum

Alle Rechte vorbehalten
© Friedr. Vieweg & Sohn Verlagsgesellschaft mbH, Braunschweig/Wiesbaden, 1996

Der Verlag Vieweg ist ein Unternehmen der Bertelsmann Fachinformation.

Das Werk einschließlich aller seiner Teile ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung außerhalb der engen Grenzen des Urheberrechtsgesetzes ist ohne Zustimmung des Verlages unzulässig und strafbar. Das gilt insbesondere für Vervielfältigungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen und die Einspeicherung und Verarbeitung in elektronischen Systemen.

Druck und buchbinderische Verarbeitung: Lengericher Handelsdruckerei, Lengerich
Gedruckt auf säurefreiem Papier
Printed in Germany

ISBN 3-528-06692-X

Vorwort

„Als mir Joachimsthal erzählte, daß Sie Mechanik lesen, wäre ich am liebsten zu Ihnen gekommen, um bei Ihnen zu hören. Ihre Vorträge hierüber von 1837 sind mir von unendlichem Nutzen, wie alles, was ich von Ihnen gelernt", schrieb 1847 der Königsberger Mathematiker Friedrich Julius Richelot seinem Lehrer C.G.J. Jacobi. Richelots Worte beziehen sich auf die *Vorlesungen über analytische Mechanik*, die Jacobi gerade in Berlin anbot. Fast eineinhalb Jahrhunderte nach ihrer Entstehung, wird mit diesem Band Jacobis letzte Mechanikvorlesung aus dem Wintersemester 1847/48 auf der Grundlage einer Mitschrift Wilhelm Scheibners erstmals veröffentlicht.

Jacobi hat die Grundlagenentwicklung der Analytischen Mechanik im 19. Jahrhundert maßgeblich mitgeprägt - zweifellos stärker als jeder andere deutsche Mathematiker. Neben W.R. Hamilton war er es, der der klassischen Mechanik ihre im wesentlichen endgültige mathematische Gestalt gab. Die „Hamilton-Jacobi-Theorie" gilt als kanonischer Abschluß der „alten" Mechanik, ist aber nicht veraltet: „Niemals sind die formalen Werkzeuge der analytischen Mechanik stärker benutzt worden als in der Zeit, in der die klassische Struktur durch die Intervention der Quanten erschüttert wurde" (R. Dugas). Eine Ausgabe wie die vorliegende, so scheint es also, bedürfe keiner eigenen Rechtfertigung, die historische Statur eines Jacobi und die andauernde Bedeutung seines Werkes seien Rechtfertigung genug.

Andererseits hat Alfred Clebsch bereits 1866 die Königsberger *Vorlesungen über Dynamik* aus dem Wintersemester 1842/43 der Öffentlichkeit zugänglich gemacht, die Jacobis Beitrag zur Analytischen Mechanik ebenfalls eindrucksvoll dokumentieren. Wozu dann der Aufwand einer weiteren, „vergleichbaren" Ausgabe? Lernt hier der historisch interessierte Mathematiker oder Physiker noch etwas Neues über den „altbekannten" Jacobi? Kann der Wissenschaftshistoriker oder historisch orientierte Wissenschaftstheoretiker einem so gründlich erforschten Gebiet wie der klassischen Mechanik durch eine weitere Quellenedition überhaupt noch neue Gesichtspunkte abgewinnen?
Dies ist tatsächlich der Fall, und zwar aus einem einfachen Grund: Jacobis Anschauungen zu den Grundlagen der Mechanik haben sich mit der Zeit entwickelt. Die *Vorlesungen über analytische Mechanik*, abgeschlossen knapp drei Jahre vor seinem Tod, sind nicht nur das späteste, sondern nach Inhalt wie Umfang auch das reichhaltigste Dokument dieser Anschauungen. Insbesondere seine Reflexionen über die Prinzipien der Mechanik und deren Begründung sind ohne Parallele in der älteren *Dynamik*. Carl Neumann, dessen

Leipziger Antrittsvorlesung *Ueber die Principien der Galilei-Newton'schen* selber einen „Wendepunkt" in der Grundlagendiskussion der (*heute* so genannten) „Newtonschen" Mechanik markierte, lernte die *Analytische Mechanik* bereits 1869 kennen und sah in ihr eine „Kritik der Fundamente der Mechanik, wie sie in solcher Schärfe bis zum heutigen Tag noch niemals zur öffentlichen Aussprache gelangt sein dürfte". Bernhard Riemann war der wohl bekannteste Mathematiker, der die *Analytische Mechanik* in Berlin bei Jacobi hörte, und seine Auffassungen über eine „Neue mathematische Naturphilosophie" blieben hiervon nicht unbeeinflußt.

Es sind jedoch nicht nur Grundlagenfragen der Mechanik, die Jacobis *Analytische Mechanik* zu einer lohnenden wissenschaftshistorischen Lektüre machen, sondern auch seine Ausführungen zur Theorie der gewöhnlichen und partiellen Differentialgleichungen, zur Variationsrechnung, zur Determinantentheorie und zu anderen Bereichen der Mathematik. Desweiteren findet man in ihr eine Reihe historischer Exkurse, die aufzeigen, in welche Traditionslinie Jacobi sein eigenes Werk stellt und welcher Wissenschaftsauffassung er dabei folgt. Die ausgedehnte Kritik an Lagrange etwa ist dem gängigen Geschichtsbild, wonach Jacobis Werk in der direkten Tradition der *Méchanique Analitique* steht, geradezu entgegengesetzt. Nicht zuletzt sei hier auch auf diverse Stellungnahmen zum zeitgenössischen Wissenschaftsbetrieb und dessen Vertreter hingewiesen, die die soziale und kulturelle Einbettung der deutschen Mathematik in einer ihrer fruchtbarsten Perioden beleuchten, aber auch manches über eine Wissenschaftlerpersönlichkeit verraten, an der sich die „Geister" der Zeit schieden.

Clebsch ging es seinerzeit mit der Veröffentlichung der *Dynamik* legitimerweise vor allem darum, ein umfassendes, mathematisch „auf der Höhe der Zeit" befindliches Lehrbuch der Analytischen Mechanik bereitzustellen; demgegenüber mußte die getreue Wiedergabe der Vorlage notwendigerweise in den Hintergrund treten. Tatsächlich wurde denn auch Jacobis *Dynamik* für die deutsche Wissenschaft zu dem ersten eigenständigen, d.h. nicht nur die französischen „Klassiker" paraphrasierenden, sondern innovativen Standardwerk der Analytischen Mechanik. Bei der vorliegenden Edition geht es dagegen in erster Linie darum, das umfassendste erhaltene historische Dokument zu Jacobis Sicht der Mechanik möglichst authentisch wiederzugeben und für den Leser aufzubereiten.

Bei dem Versuch, diese Zielsetzung einzulösen, erhielt ich von verschiedenen Seiten wertvolle Unterstützung. Zunächst danke ich recht herzlich Herrn Dipl.-Math. Harald Wenk (Bochum), der als Wissenschaftliche Hilfskraft die Editionsarbeiten von Beginn an begleitete, für seine ebenso engagierte wie kompetente Mithilfe und die jederzeit erfreuliche Kooperation - ganz besonders für die von ihm besorgte schwierige technische Einrichtung

des Manuskripts mit seinem umfangreichen Formelapparat. Wenn es gelungen sein sollte, die *Analytische Mechanik* in „gute Form“ zu bringen, ist dies allein sein Verdienst. Für Hinweise zu einzelnen Kommentierungsproblemen bin ich den Herren PD Dr. Heinrich Freistühler (Aachen), Prof. Dr. Lutz Geldsetzer (Düsseldorf), Prof. Dr. B. Effe, Prof. Dr. Gert König und Prof. Dr. Burkhardt Moijsisch (alle drei Bochum), Dr. Herbert Pieper (Berlin) sowie Dr. Rüdiger Thiele (Leipzig) zu Dank verpflichtet; verbleibende Ungenauigkeiten oder Fehler gehen allein auf das Konto des Herausgebers. Die Fakultät für Mathematik der Ruhr-Universität Bochum erteilte die freundliche Genehmigung zur Veröffentlichung der Vorlesungsnachschrift Wilhelm Scheibners. Die Deutsche Forschungsgemeinschaft förderte diese Veröffentlichung über mehr als ein Jahr und die Fakultät für Philosophie, Pädagogik und Publizistik der Ruhr-Universität unterstützte den Abschluß der Ausgabe durch eine Sachbeihilfe. Diesen Institutionen gilt ebenso mein Dank wie dem Vieweg-Verlag und der Deutschen Mathematiker-Vereinigung, besonders Herrn Prof. Dr. Winfried Scharlau (Münster), für die Bereitschaft, diesen Band in die Reihe *Dokumente zur Geschichte der Mathematik* aufzunehmen, wie auch für die geleisteten Hilfestellungen vor der Drucklegung. Schließlich danke ich ganz herzlich Herrn Prof. Dr. Gert König für vielfachen Rat und manche Tat, nicht zuletzt für den „Brückenschlag“ in den vergangenen Monaten.

Bochum und Cambridge, im Dezember 1995 Helmut Pulte

Inhaltsverzeichnis

G. Hamilton-Jacobi-Theorie

H. Störungstheorie

Einleitung

1. C.G.J. Jacobi und die mathematische Physik

„Zu Jacobis wichtigsten Untersuchungen gehören diejenigen über die analytische Mechanik“[1], bemerkt J.P.G. Lejeune Dirichlet in einer Gedächtnisrede auf seinen Kollegen und Freund vor der Berliner Akademie am 1. Juli 1852. Daß sich Jacobi dieses Zweiges der mathematischen Physik annahm, ihn in seiner späteren Laufbahn sogar zu einem seiner Hauptarbeitsgebiete machte, ist keineswegs selbstverständlich, wenn man seine frühe intellektuelle Entwicklung und Mathematikauffassung betrachtet. Die folgende Skizze seines Lebensweges soll daher *auch* seinen Einstellungswandel zur mathematischen Physik beleuchten[2].

Jacques Simon Jacobi wird am 10. Dezember 1804 als Sohn eines Bankiers in Potsdam geboren[3]. Er wächst in materiell gesicherten Verhältnissen und geistig anregendem Umfeld auf. Im November 1816 tritt er in das Potsdamer Viktoria-Gymnasium ein, das später auch Hermann von Helmholtz besuchen wird[4]. Sein Interesse gilt schon früh der Mathematik, aber auch der Philologie und der Geschichte. Bereits als Schüler „entdeckt“ er sein mathematisches Vorbild L. Euler und arbeitet dessen *Introductio in analysin infinitorum* durch. Im Abiturzeugnis vom April 1821 wird ihm bescheinigt, daß er „von Gott mit seltenen Anlagen des Geistes beglückt“ worden sei; sein Rektor wagt noch die weitergehende Vorhersage: „... in jedem Falle wird er sich einst merkwürdig machen“[5].

Jacobi immatrikuliert sich noch im gleichen Monat an der Universität Berlin. Im ersten Semester tritt er vom jüdischen zum christlichen Glauben

[1] Dirichlet 1852; s. Jacobi *Werke* I, 20.

[2] Unter dem Begriff „mathematische Physik“ werden hier mathematische Aussagen und Theorien verstanden, deren Aufstellung und Entwicklung im weitesten Sinne physikalische Naturbeschreibung (mit) intendieren. Anders formuliert: Faßt man Mathematik als ein formales System von Zeichen und Regeln (Sprache) auf, so geht es mathematischer Physik nicht (nur) darum, über dieses Zeichensystem selber zu „sprechen“, sondern (auch) um „äußerlich überprüfbare“ Referenz. Diese Kennzeichnung impliziert Zeit- und Kontextabhängigkeit: Ein Satz aus der Gruppentheorie wird in der Regel nicht als ein Element mathematischer Physik gelten, kann aber (z.B. im Kontext der Kristallographie) zu einem solchen werden.

[3] Die umfassendste Jacobi-Biographie ist immer noch Koenigsberger 1904a, daneben sei verwiesen auf Dirichlet 1852, Ahrens 1904 und 1907a, Cantor 1905, Scriba 1973 und Pieper 1982.

[4] S. Kusch 1896.

[5] Zit. nach Koenigsberger 1904a, 4 bzw. 5.

über und nimmt den Vornamen „Carl Gustav Jacob" an[6]. In den beiden ersten Studienjahren widmet er sich nicht allein der Mathematik, sondern studiert u.a. bei G.W. Hegel Philosophie und bei A. Böckh Altphilologie. Die Vertreter der Berliner Mathematik wie J.P. Grüson, E.H. Dirksen, L. Ideler und M. Ohm in dieser Zeit sind - nicht nur nach Jacobis eigenem, oft recht scharfem Urteil - „höchst mittelmäßige Kräfte"[7]. Als Lehrer scheinen sie zudem wenig daran interessiert zu sein, einen Studenten zu fördern, der sich seiner *eigenen* Fähigkeiten (und mangelnder Fähigkeiten anderer) sehr wohl bewußt ist[8].

Die stärkste Anerkennung findet Jacobi daher zunächst nicht bei den Mathematikern, sondern bei dem berühmten Altphilologen Böckh. Der hat an ihm, so schreibt Jacobi später an seine Frau, nur eines auszusetzen: „... daß ich aus Potsdam sei, da sei noch nie ein berühmter Mann hergekommen"[9]. Trotz seiner altphilologischen und historischen Neigungen und Fähigkeiten entscheidet sich Jacobi schließlich ganz für die Mathematik: „Der ungeheure Koloß, den die Arbeiten eines Euler, Lagrange, Laplace hervorgerufen haben, erfordert die ungeheuerste Kraft und Anstrengung des Nachdenkens, wenn man in seine innere Natur eindringen will, und nicht bloß äußerlich daran herumkramen"[10]. Im wesentlichen autodidaktisch, eignet er sich im Verlauf seines Studiums diesen „Koloß" an. Gerade zwanzig Jahre alt, meldet er sich im Sommer 1824 zum Oberlehrerexamen und erhält neben der Fakultas für Mathematik auch die für die Fächer Latein und Griechisch sowie eine (eingeschränkte) Lehrbefähigung für Geschichte. Bereits im folgenden Jahr legt er nach Einreichung einer Probeschrift mit dem Titel *Meditationes analyticae* die Doktorprüfung vor der philosophischen Fakultät ab; der Prüfungskommission gehören unter anderen auch Dirksen und Hegel an. In der Prüfung vom 13. August 1825 zeigt sich bereits Jacobis Interesse für die Analytische Mechanik[11]. Vor allem aber bringt er bei dieser Gelegenheit

[6] Im Briefwechsel mit seinem Bruder Moritz Heinrich, einer der wichtigsten edierten Quellen zur Jacobi-Forschung, bleibt die Anrede „Jacques" bis zu Jacobis Tod bestehen (Ahrens 1907b). F. Klein bemerkt zu Jacobi: „Bekanntlich hatte erst das Jahr 1812 die Emanzipation der Juden in Preußen gebracht. Jacobi ist der erste jüdische Mathematiker, der in Deutschland eine führende Stellung einnimmt" (Klein 1926/1927 I, 114) - allerdings um den Preis der Aufgabe seiner jüdischen Religionszugehörigkeit, wie man hier ergänzen sollte.

[7] Biermann 1973, 19.

[8] Zur Berliner Mathematik in dieser Zeit s. Lorey 1916 und Biermann 1973; vgl. auch S. 24, Anm. 53.

[9] Zit. nach Koenigsberger 1904a, 253.

[10] Brief Jacobis an seinen „Onkel Lehmann"(ebd., 8).

[11] Die fünfte und letzte der von Jacobi verteidigten Thesen lautet: „Theoria Mechanices Analytica causam agnoscere nullam potest, quidni, sicuti differentialia prima velocitatis

erstmals seine Mathematikauffassung akzentuiert zum Ausdruck. Die dritte der von ihm verteidigten Thesen lautet: „Egregie asserit Novalis poeta: Der Begriff der Mathematik ist der Begriff der Wissenschaft überhaupt. Alle Wissenschaften müssen daher streben, Mathematik zu werden"[12]. Nach Jacobi leitet die Mathematik ihre Legitimation weder aus philosophischen Begründungszusammenhängen noch aus ihren praktischen Nutzanwendungen, noch aus anderen Zwecken ab. Sie ist Wissenschaft *per se* und in ihrer Autonomie ein Leitbild für andere Disziplinen[13]. Zeit seines Lebens wird er an diesem Ideal einer zweckfreien, der Anwendung wohl fähigen, aber keineswegs bedürftigen, *reinen Mathematik* auch dann festhalten, wenn er in seiner „praktischen" Forschung der mathematischen Physik einen wichtigen Platz einräumt.

Jacobi habilitiert sich unmittelbar nach seiner Promotion mit einer Probevorlesung über ein funktionentheoretisches Problem bei Lagrange; seine erste (und vorerst einzige) Vorlesung in Berlin im Wintersemester 1825/26 gilt dann der „Anwendung der höheren Analysis auf die Theorie der Oberflächen und Kurven doppelter Krümmung"[14].

Bereits im April 1826 wird Jacobi auf eigenen Wunsch von Berlin nach Königsberg versetzt, wo der frischgebackene Privatdozent bessere Aussichten auf eine feste Anstellung sieht. Tatsächlich wird er dort bereits Ende des folgenden Jahres zum "außerordentlichen" Professor ernannt. In der Zwischenzeit veröffentlicht er seine ersten Aufsätze im gerade gegründeten *Crelleschen Journal*, das auch später sein wichtigstes Publikationsorgan bleibt[15]. In den wenigen Jahren von 1826 bis 1832 steigt Jacobi vom kaum bekannten Privatdozenten zum wichtigsten deutschen Mathematiker neben C.F. Gauß auf: Seine ersten Arbeiten zur Theorie gewöhnlicher und (Pfaffscher) partieller

---

nomine, secunda virium insignimus, simile quid ad altiora quoque differentialia adhibeatur; de quibus theoremata proponi possint prorsus analoga iis, quae de vi et de velocitate circumferuntur" (Jacobi *Werke* III, 44). In Übersetzung: „Die Theorie der analytischen Mechanik kann keinen Grund anerkennen, warum nicht ebenso, wie wir die ersten Differentiale mit dem Namen Geschwindigkeit, die zweiten mit Kräften bezeichnen, etwas ähnliches auch auf höhere Differentiale angewendet werden sollte; darüber könnten ziemlich analoge Theoreme vorgelegt werden wie die, welche über Kraft und über Geschwindigkeiten in Umlauf sind." Vgl. hierzu auch S. 3f., insbes. Anm. 7.

[12] Jacobi *Werke* III, 44. Der Einleitungssatz läßt sich übersetzen als: „Vorzüglich der Dichter Novalis hat behauptet: ... ".

[13] Zum „neuhumanistischen" Hintergrund dieser Haltung s. näher Knobloch/Pieper/-Pulte 1995.

[14] Eine Aufstellung aller Vorlesungen Jacobis gibt Kronecker 1891; s. Jacobi *Werke* VII, 409.

[15] Von 1826 (dem ersten Jahrgang des *Journals*) bis 1851 (Jacobis Todesjahr) erscheinen dort pro Jahr durchschnittlich drei Abhandlungen von ihm, wie auch der größte Teil seiner postum veröffentlichten Schriften; s. Jacobi *Werke* VII, 425-440.

Differentialgleichungen, wichtige Beiträge zur Zahlentheorie (einschließlich des Reziprozitätsgesetzes für kubische Reste), zur algebraischen Funktionentheorie (Entwicklungen nach Legendre-Funktionen), zur Differentialgeometrie (Hauptachsen-Transformationen), besonders aber seine Untersuchungen zu der im Wettstreit mit N.H. Abel entwickelten Theorie der elliptischen Funktionen, „Jacobis originellste Leistungen“[16], fallen in diese Periode.

Im März 1829 wird Jacobi zum „ordentlichen“ Professor an der Königsberger Albertina ernannt, und im Juli 1832 wird der formelle Eintritt in die philosophische Fakultät vollzogen. Dieser Eintritt sieht eine Disputation vor, die Jacobi nach eigenen Worten „mit einer fulminanten lateinischen Rede, die mit großem Pathos das Wesen der reinen Mathematik verherrlichte“, eröffnet[17]. Hatte er schon früher gegen J.-B. Fouriers „Meinung, das Hauptziel der Mathematik sei der Gemeinnutzen und die Erklärung der Naturphänomene“ die später oft zitierte These vorgebracht, „daß das einzige Ziel der Wissenschaft die Ehre des menschlichen Geistes ist und daß bei diesem Anspruch eine Frage über Zahlen ebensoviel wert ist wie eine Frage über das Weltsystem“[18], so beklagt er in dieser Rede erneut die starke Anwendungsorientierung der französischen Mathematik, insbesondere „der Schule des berühmten Grafen de Laplace“, wodurch „nicht nur die reine Mathematik, sondern auch deren Anwendungen selbst auf physikalische Fragestellungen nicht geringen Schaden“ nähme[19]. Hinter dieser These steht hier, beim *frühen* Jacobi, ein handfester Platonismus: „... es gelten dieselben ewigen Gesetze des menschlichen Geistes, dieselben der Natur; das ist die Bedingung, ohne die die Welt nicht verstehbar wäre, ohne die es keine Erkenntnis der Gegenstände der Natur gäbe. ... Die der Natur eingepflanzten mathematischen Ideen hätten nicht wahrgenommen werden können, wenn nicht die Mathematik schon aus eigenem Antrieb des menschlichen Geistes gemäß den der Natur eingepflanzten Gesetzen errichtet worden wäre. ... In dem Maße, wie der menschliche Geist bei der Entfaltung der Kunst Fortschritte macht, in dem Maße entfaltet ihm die Natur auch die ihr eingepflanzte Mathematik“[20]. Eine von Naturphänomenen ausgehende und auf Naturbeschreibung und -erklärung ausgerichtete Mathematik im Sinne Fouriers sieht Jacobi nicht nur als *überflüssig* an, weil die Aufdeckung mathematischer Strukturen *per se* schon Aussagen über die Natur impliziert, insofern nämlich solche Aussagen immer auf intellektuell strukturierter Erfahrung basieren, sondern auch als *schädlich*, weil aus dem „Durcheinander und der Verwirrung der

[16] Klein 1926/1927 I, 109.
[17] Brief Jacobis an seinen Bruder Moritz Heinrich vom 9. Aug. 1832 (Ahrens 1907b, 13).
[18] Borchardt 1875, 273.
[19] Jacobi 1901, zit. nach der Übersetzung bei Knobloch/Pieper/Pulte 1995, 114.
[20] Ebd., 112f..

Phänomene“[21] keine wesentlichen, d.h. *mathematischen* Strukturen der Natur abgeleitet werden können.

Dabei kann sich Jacobi der mathematischen Physik, die ja im 18. und frühen 19. Jahrhundert gerade in Frankreich ihre größten Triumphe gefeiert hatte, auf die Dauer weder aus „äußeren“ noch aus „inneren“ Gründen entziehen:
In Königsberg arbeitet er in einer Fakultät mit dem mathematischen Physiker F.E. Neumann und dem Astronomen F.W. Bessel zusammen. Mit Neumann gründet er 1834 das Königsberger mathematisch-physikalische Seminar, das mit seiner Verknüpfung von Forschung und Lehre Vorbildcharakter für die mathematisch-naturwissenschaftliche Ausbildung in Deutschland bekommt und aus dem später eine Reihe der wichtigsten deutschen Mathematiker und Physiker hervorgehen. Neumann bezieht Jacobi auch in die mathematische Behandlung eigener theoretischer Probleme ein, und mit Bessel pflegte Jacobi bald einen intensiven Austausch, auch zu astronomischen Fragen[22]. Bis zum Jahre 1834 bleibt das so geweckte Interesse Jacobis für die empirischen Wissenschaften „passiv“, er veröffentlicht keine Arbeit, die für die Astronomie oder mathematische Physik generell bedeutsam wäre[23]. Eine Wende markiert hier jedoch W.R. Hamiltons berühmter (erster) Essay *On a General Method in Dynamics*. Jacobi lernt diesen Aufsatz bald nach

[21] Ebd., 114; s. hierzu näher die Kommentierung der fraglichen Jacobi-Rede (ebd., 122-128).

[22] Moritz Heinrich Jacobi stellt schon bald nach der Ankunft seines Bruders in Königsberg fest, daß dieser beginnt, sich auch mit den empirischen Wissenschaften zu beschäftigen: „Astronomie und Physik, ad 1 im kleinen Bären, Pendelversuche!! Dreiecksnetze und Karten! ... Aber was wird Steiner, was Rötscher, was Hegel dazu sagen, wenn er hört, dass Du dem Werth beilegst, was das Resultat schlechter Wiederholung, beharrlicher Beobachtung ist“ (Brief vom 5. Okt. 1826; Ahrens 1907b, 2f.). Jacobis enge Kontakte zu Bessel werden durch den (leider noch nicht edierten) Briefwechsel beider im Nachlaß Bessel (Ms. B15) dokumentiert. S. hierzu auch den folgenden Teil dieser Einleitung.

[23] Diesbezüglich sind bis dahin überhaupt nur die Abhandlungen Jacobi 1827f, 1834 und 1866g zu verzeichnen. Die kleine astronomische Untersuchung Jacobi 1827f geht (nach Koenigsberger 1904a, 50) unmittelbar auf eine Anregung Bessels zurück. Koenigsberger datiert die postum veröffentlichte astronomische Übung Jacobi 1866f auf das Jahr 1834. Es handelt sich dabei um eine Aufzeichnung, die Jacobi „wahrscheinlich im Anschluß an eine im Seminar gestellte Aufgabe“ angefertigt hatte (ebd., 155) und die offenbar nicht zur Publikation bestimmt war.
Eine Sonderstellung nimmt allerdings Jacobi 1834 ein: Eine Abhandlung von J. Ivory, die im gleichen Band der *Philosophical Transactions* erscheint wie Hamiltons erster Essay (Ivory 1834), beflügelt seinen „Geist des Widerspruchs“. Er schreibt: „In demselben Band hat Ivory bewiesen, wie er sagt, daß ein Ellipsoid mit 3 ungleichen Axen nicht im Gleichgewicht sein kann. Es wird ihn also das Gegenteil interessieren“ (Brief an Bessel; zit. ebd., 150). Zu „seiner und gewiss aller Mathematiker grossen Überraschung“ (Dirichlet 1852, 19) weist Jacobi hier in der Tat erstmals die Stabilität des *dreiachsigen* Ellipsoids nach.

seiner Veröffentlichung[24] kennen, und es ist zunächst offenbar die „innere" Motivation des „reinen" Mathematikers, die durch diese Untersuchung geweckt wird: Der von Hamilton aufgedeckte Zusammenhang zwischen Variationsrechnung und der Theorie der partiellen Differentialgleichungen wird nunmehr zu einem zentralen *Thema* in Jacobis Forschung, und ab 1836 veröffentlicht er eine Reihe von Arbeiten, die diesen theoretischen Zusammenhang, dann aber auch seine *Anwendung* auf astronomische Probleme zum Gegenstand haben[25]. Jacobis Aufnahme, Kritik und Weiterentwicklung des Hamiltonschen Ansatzes, d.h. seine Ausarbeitung der Hamilton-Jacobi-Theorie in ihrer heute bekannten Form, ist in dem Aufsatz *Über die Reduction der Integration der partiellen Differentialgleichungen erster Ordnung zwischen irgend einer Zahl Variabeln auf die Integration eines einzigen Systems gewöhnlicher Differentialgleichungen* zusammengefaßt, den er Anfang Dezember 1836 für *Crelles Journal* fertigstellt[26].

Jacobi orientiert seine Lehrveranstaltungen gewöhnlich eng an seinen jeweiligen Forschungen und führt so seine Studenten an die „vorderste Linie" der zeitgenössischen Mathematik heran[27]. So ist es kein Zufall, daß er bereits im folgenden Wintersemester seine erste Vorlesung über analytische Mechanik unter dem bezeichnenden Titel *Vorlesungen über die Transformation und Integration der Grundgleichungen der Dynamik* hält[28]. Nach deren Beendigung schreibt er seinem Freund F.W. Bessel: „Ich habe mich, wie Sie wissen, mit den Grundgleichungen der Dynamik beschäftigt ... . Ich bin

[24] Nach Koenigsberger (1904a, 150) bereits im Januar *1834*. Er bezieht sich dabei auf einen Brief Jacobis an Bessel aus dem gleichen Monat (s. Anm. 23). Tatsächlich trägt Jacobis Brief dieses Datum (Nachlaß Bessel, Ms. B 15, Nr. 35). Es ist aber zu vermuten, daß es sich hier um einen Schreibfehler Jacobis handelt, und daß der Brief tatsächlich aus der ersten Januarhälfte 1835 stammt: Hamiltons Essay wird erst am 1. April 1834 der *Royal Society* eingereicht und in der Sitzung vom 10. April gelesen (Hamilton 1834a, 247). Andere Beiträge des gleichen Bandes der *Philosophical Transactions*, darunter der (von Jacobi im gleichen Brief erwähnte) Beitrag Ivorys, werden erst im Mai und Juni 1834 gelesen. Der Band dürfte kaum vor Spätsommer 1834 veröffentlicht worden sein; Jacobi stellt seine Erwiderung auf Ivory Mitte Oktober 1834 fertig (ebd., 158f.). Auf Jacobis mutmaßlichen Schreibfehler geht wohl auch eine (andere) Fehldatierung Koenigsbergers zurück: Er berichtet nämlich, daß Bessel „am 20. Januar 1834, wahrscheinlich durch Jacobi auf die Hamiltonschen Arbeiten hingewiesen", den Astronomen W. Olbers über den Inhalt dieser Arbeiten informiert (ebd., 166). Tatsächlich trägt der Brief an Olbers, der sich nur auf Hamiltons ersten Essay bezieht, das Datum 20. Jan. 1835 (Ermann 1852, 390f.).

[25] S. die im Literaturverzeichnis aufgeführten Titel, beginnend mit Jacobi 1836b.

[26] Jacobi 1837b; aufschlußreich hierzu ist auch Jacobis „Rechenschaftsbericht" über seine Untersuchungen zur Analytischen Mechanik im Brief an seinem Bruder vom 20. Dez. 1836 (Ahrens 1907b, 34).

[27] S. hierzu näher Lorey 1916, 61f..

[28] Eine Nachschrift dieser Vorlesung von J.G. Rosenhain nebst Abschrift befindet sich im Jacobi-Nachlaß (Gr.III, Ms. 8a bzw. 8b).

hierbei auf folgendes fabelhafte Theorem gekommen ...: ‚Wenn in einem Problem der Mechanik der Satz von der lebendigen Kraft gilt, und man kennt irgend zwei Integrale außerdem, so kann man daraus immer nach einer festen Regel durch bloßes Differentiiren ein drittes ableiten, z.B. aus den beiden Flächensätzen den dritten ...‘."[29] Dieses „Jacobi-Poissonsche Theorem" über die Erzeugung von Integralen der Bewegung ist das vielleicht wichtigste unter den für die Theorie der Mechanik verwertbaren Ergebnissen seiner Untersuchungen. Es wird von Jacobi als *Neues Theorem der analytischen Mechanik* bekannt gemacht und weiterentwickelt[30].

In den folgenden sechs „Königsberger" Jahren veröffentlicht Jacobi immer wieder zu Fragen der Analytischen Mechanik. Ab Mitte 1842 entwickelt er sein „Prinzip des letzten Multiplikators" als Verallgemeinerung des Eulerschen integrierenden Faktors und dehnt hierdurch die Hamiltonschen kanonischen Gleichungen auf mechanische Systeme aus, für die keine Kräftefunktion existiert. Als „nouveau principe générale de la Mécanique analytique" wendet er dieses Prinzip auf eine Reihe mechanischer Probleme, u.a. das Dreikörper-Problem, an[31]. Seine große Abhandlung *Theoria novi multiplicatoris*, in zwei Teilen 1844 und 1845 in *Crelles Journal* veröffentlicht[32], faßt seine diesbezüglichen Untersuchungen im wesentlichen abschließend zusammen.
Bereits zuvor macht Jacobi seine Studenten mit der „neuen Theorie" bekannt: Im Wintersemester 1842/43 liest er zum zweiten Mal in Königsberg über Mechanik unter dem Titel *Vorlesungen über Dynamik*, dabei geht er ausführlich auf den „letzten" oder „Jacobischen" Multiplikator ein[33]. Jacobis Schüler C.W. Borchardt verfaßt eine Mitschrift der *Dynamik*[34], die als Vorlage für die 1866 erfolgte Veröffentlichung durch A. Clebsch dient[35]. Die

[29] Brief an F.W. Bessel vom 28. Feb. 1838; zit. nach Koenigsberger 1904a, 242.

[30] S. Jacobi 1838b und 1840b.

[31] S. hierzu Jacobi 1842b und die daran anschließenden Arbeiten.

[32] Jacobi 1844a und 1845b.

[33] S. Jacobi *Werke* Suppl.bd., Vorlesungen X - XVIII.

[34] Nachlaß Jacobi (III, Ms. B 40). Im Deckel des Ms. ist vermerkt, es handle sich um eine in Jacobis *Werken* (VII, 412) nicht verzeichnete Nachschrift. Zweifellos handelt es sich um eine Nachschrift der *Dynamik* von 1842/43. Ein Handschriftenvergleich macht die Urheberschaft Borchardts sehr wahrscheinlich; zudem trägt das Ms. Spuren der Bearbeitung, die vermutlich von A. Clebsch herrühren.

[35] Jacobi 1866a, in 2. Aufl. (mit geringen Änderungen) wiedergegeben als Supplementband der *Werke* Jacobis. Hier ist nicht der Ort, im einzelnen zu diskutieren, ob es zutrifft, daß Borchardts Nachschrift von Clebsch nur „mit geringfügigen Abänderungen" veröffentlicht wurde (s. Koenigsberger 1904a, 296), oder ob bereits früh angemeldete Zweifel daran berechtigt sind, daß die *Dynamik* in manchen Fragen tatsächlich Jacobis eigene Ansichten wiedergibt (s. etwa Dühring 1873, Streintz 1883). Clebsch selber hat in einem Brief an Borchardt mit Bezug auf dessen Vorlesungsheft angekündigt, daß „Aenderungen, welche

Dynamik bricht mit der siebenunddreißigsten Vorlesung ab, weil Jacobi Anfang des Jahres 1843 schwer erkrankt[36].

Im Jahr darauf wird er nach einem längeren Genesungsaufenthalt in Italien auf eigenen Wunsch von der Universität Königsberg an die Berliner Akademie versetzt - „in wohlwollender Berücksichtigung der leidenden Gesundheit des Professor Dr. Jacobi ..., damit er daselbst ganz der Wissenschaft leben und an den Vorlesungen der Universität nur in soweit Theil nehmen möge, als er dies selbst mit seinen körperlichen Kräften und seinen wissenschaftlichen Beschäftigungen für verträglich hält“[37].

In Berlin widmet er sich neben der Fertigstellung seiner *Theoria novis multiplicatoris* und ihrer Anwendung auf die Mechanik zunächst vorwiegend der Störungstheorie[38], dann auch wieder der Zahlentheorie und Funktionentheorie. Seine Veröffentlichungen in den folgenden fünf Jahren von 1846 bis 1851 decken nicht nur alle Bereiche der Mathematik ab, sondern schließen, wie unten näher ausgeführt wird, auch ihre Geschichte ein. Besonders aber kann man bei Jacobi in dieser „zweiten“ Berliner Zeit mit seinem Biographen

mir in demselben als nothwendig vorschweben, jedenfalls geringfügig und von rein aeusserlicher Natur“ seien. Er führt dann näher aus, welche (stillschweigenden) Änderungen er vorzunehmen gedenkt. Dabei geht es ihm v.a. um folgendes: (1) die Verbesserung von „Incorrectheiten die offenbar durch eine während des Vortrags eingetretene Modification des Planes hervorgerufen sind“; (2) „kleine, eher nur beiläufig gesprochene Benennungen“ werden ggf. ausgelassen; (3) die Notwendigkeit, „Uebergänge hie und da etwas flüssiger zu machen. Dies betrifft namentlich die Einleitung, welche sich etwas abrupt liest. Aber auch später sind wohl einzelne etwas in dieser Art auszuführende Stellen“; (5) „Ueber den Schluss behalte ich mir Weiteres vor“ (vgl. Anm. 36); (6) Borchardts Einteilung nach Vorlesungen werde „fast überall ... beizubehalten sein“ (Brief von A. Clebsch an C.W. Borchardt vom 17. Dez. 1862; NSUB Göttingen). Bis zur Drucklegung vergingen jedoch vier weitere Jahre, und ein Vergleich der Ausgabe mit Borchardts Vorlesungsheft zeigt, daß Clebsch weitere Änderungen (u.a. in Form von Umgruppierungen und Auslassungen) vorgenommen hat.

[36] „Jacobi ist seit mehreren Wochen unpäßlich“, schreibt F.W. Bessel bereits am 14. Feb. 1843 an C.F. Gauß (Koenigsberger 1904a, 305f.). Bei der Erkrankung, die sich bis zum Mai d.J. hinzieht, handelt es sich um den Ausbruch von Diabetes, die Jacobis Arbeitsfähigkeit in seinen letzten acht Lebensjahren erheblich einschränkt. Es ist davon auszugehen, daß Jacobi ein rundes Dutzend seiner Vorlesungen zur *Dynamik* nicht halten konnte. Clebsch hat daher seiner Ausgabe eine nachgelassene Schrift Jacobis über die Integration nicht linearer partieller Differentialgleichungen erster Ordnung beigegeben, um „im Sinne *Jacobis* die Lücke zu ergänzen, welche am Schlusse seiner Vorlesungen über Dynamik geblieben war“ (Jacobi *Werke* Suppl.bd, 291-299, insbes. 291).

[37] Kabinettsorder des Königs vom 20. Aug. 1844; zit. nach Koenigsberger 1904a, 325. Neben gesundheitlichen Gründen dürfte auch die akademische „Randlage“ Königsbergs ein wichtiger Grund für Jacobis Entscheidung gewesen sein; s. etwa den Brief an seinen Bruder Moritz Heinrich vom 25. Nov. 1844 (Ahrens 1907b, 111f.).

[38] S. die Arbeiten im Literaturverzeichnis ab Jacobi 1845a.

L. Koenigsberger ein „immer mehr wachsendes Interesse für die Entwicklungen der mathematischen Physik“[39] konstatieren. Von seiner früheren Geringschätzung aller Mathematik, die auf Naturbeschreibung und -erklärung abzielt, ist hier keine Spur mehr zu finden. Hatte er umgekehrt früher an Lagranges *Méchanique Analitique* besonders die „rein“ analytische Darstellung der Theorie der dynamischen Differentialgleichungen geschätzt, so bemerkt er jetzt kritisch: „Die Natur wird da jedesmal vollständig aus den Augen gerückt, und es tritt an die Stelle der Constitution der Körper ... lediglich die bestimmte Bedingungsgleichung“.[40] Die im Wintersemester 1847/48 gehaltenen *Vorlesungen über analytische Mechanik*, Jacobis dritte und letzte seiner Lehrveranstaltungen zur Mechanik, fallen in diese Phase[41].

Die *Analytische Mechanik* endet am 17. März 1848, also buchstäblich am „Vorabend“ der Berliner Märzrevolution. Jacobi schaltet sich in die politischen Auseinandersetzungen mit mehreren öffentlichen Reden im „Constitutionellen Club“ zugunsten der antimonarchistischen, „republikanischen“ Seite ein[42]. Als Folge dieses kurzlebigen politischen Engagements ist er, der für eine neunköpfige Familie Sorge zu tragen hat, in der folgenden Zeit der politischen Reaktion erheblichen finanziellen Repressalien von Seiten der Regierung ausgesetzt. Sein Antrag auf Ernennung zum ordentlichen Professor an der Universität Berlin wird, ebenfalls aus politischen Gründen, abgelehnt. Im Frühjahr 1850 nimmt er daher einen Ruf nach Wien an, und nur die Intervention A. von Humboldts bei der Regierung verhindert seinen Weggang[43]. Doch die Wiederherstellung gesicherter Lebens- und Arbeitsmöglichkeiten erlaubt Jacobi nicht, jene „vielen seiner größeren Arbeiten“, die in dem Vierteljahrhundert seines wissenschaftlichen Schaffens unvollendet blieben, fertigzustellen, damit sie „noch erfolgreich in den Gang der Wissenschaften eingreifen“[44] können: Er erkrankt Ende des Jahres und nach kurzer Erholung stirbt er, gerade 46 Jahre alt, am 18. Februar 1851 an den Blattern.

In den folgenden Jahren veröffentlichen C.W. Borchardt, E. Heine, E. Lotter und andere Schüler Jacobis eine Reihe von Manuskripten aus dessen Nachlaß. A. Clebsch, der zwar der „Königsberger Schule“ zuzurechnen, aber

[39] Koenigsberger 1904b, 427; s. auch Teil 2 dieser Einleitung.

[40] S. Vorlesung XXXI (S. 193).

[41] S. die Teile 2 und 3 dieser Einleitung.

[42] „... schon Cicero schreibt den Untergang des römischen Staates daher, dass sich die anständigen Leute zurückzögen und andern das Feld überliessen“ (Brief an M.H. Jacobi vom 16.-22. Juni 1848; Ahrens 1907b, 190). Zu Jacobis politischer Tätigkeit s. Ahrens 1907a und Biermann 1973, 52f..

[43] S. Pieper 1982, 27.

[44] Diese Worte Jacobis berichtet Dirichlet vom letzten Besuch bei seinem Freund und Kollegen vier Tage vor dessen Tod (Dirichlet 1852; Jacobi *Werke* I, 28).

kein „direkter“ Jacobi-Schüler ist, publiziert 1866 mit der *Dynamik* verschiedene größere Arbeiten Jacobis zur Analytischen Mechanik, Störungstheorie und der Theorie der partiellen Differentialgleichungen. Jacobis *Werke*, die auf Veranlassung der Berliner Akademie im Zeitraum 1881 bis 1891 von K. Weierstraß, C.W. Borchardt und E. Lotter herausgegeben werden, verzeichnen mehr als 150 Veröffentlichungen, von denen ein gutes Viertel der Analytischen Mechanik und Astronomie zugerechnet werden kann: Der „reine“ Mathematiker Jacobi wurde von der wissenschaftlichen Praxis seiner Zeit, die zu einem guten Teil eben auch mathematische Physik war, „eingeholt“. Weder seine breiten mathematischen Interessen, noch seine wissenschaftlichen Kontakte innerhalb der *scientific community* waren auf die Dauer mit jener *Selbstbeschränkung*, die eine konsequente Verfolgung des Ideals einer „reinen“ Mathematik bedeutet hätte, und die Jacobi zunächst ja auch weitestgehend praktizierte, kompatibel.
Als A. Cayley einige Jahre nach Jacobis Tod für die *British Association of the Advancement of Science* über die Fortschritte der theoretischen Mechanik in den fast 70 Jahren seit dem Erscheinen der *Méchanique Analitique* (1788) berichtet, stehen weder die großen französischen Analytiker noch W.R. Hamilton im Mittelpunkt seiner Darstellung. Cayleys Schlußresümee lautet vielmehr:[45]

> I remark in conclusion, that differential equations of dynamics (including in the expression, as I have done throughout the report, the generalized Lagrangian and Hamiltonian forms) are only one of the classes of differential equations which have occupied the attention of geometers. The greater part of what has been done with respect to the genereal theory of a system of differential equations is due to Jacobi, and he has also considererd in particular, besides the differential equations of dynamics, the Pfaffian system of differential equations ... and the so-called isoperimetric system of differential equations, that is, the system arising from any problem in the calculus of variations.

2. Vorgeschichte, Nachschriften und Inhalt der *Vorlesungen über analytische Mechanik*

Als Mitglied der Akademie ist Jacobi zwar berechtigt, nicht aber verpflichtet, an der Universität Berlin Vorlesungen zu halten. Im Wintersemester 1846/47 und im folgenden Sommersemester verzichtet er aus Gesundheitsgründen auf

[45] Cayley 1857, 40.

Lehrveranstaltungen[46]. Zum Wintersemester 1847/48 ist im Verzeichnis seiner Vorlesungen vermerkt: „Jacobi hat keine Vorlesung angekündigt, aber, nach den Akten der Quästur, eine solche über analytische Mechanik ... gehalten“[47]. Daß er sich überhaupt zu einer Lehrveranstaltung entschließt[48], erklärt sich durch seine positive gesundheitliche Entwicklung[49] im Spätsommer 1847; daß er als Gegenstand die *Analytische Mechanik* wählt, wird aus seinen Forschungsinteressen in dieser Zeit verständlich:
Bereits Ende 1846 schreibt Jacobi an A. von Humboldt, daß er in der „Publication mächtiger Arbeiten“ unterbrochen werde, „welche eine seit 10 Jahren versprochene Reform der analytischen Mechanik betreffen“[50]. Anders als bei seinen früheren Vorlesungen zur Mechanik, ist er jetzt aber nicht mit neuen Arbeiten zur Integration der dynamischen Differentialgleichungen beschäftigt, sondern es geht ihm offenbar, anknüpfend an frühere Pläne[51], um eine umfassende Gesamtdarstellung seiner bisherigen Untersuchungen, vermutlich in Form eines Lehrwerkes[52].

Dieses Projekt hat Jacobi bekanntlich nicht zum Abschluß gebracht. Es ist aber davon auszugehen, daß zumindest ein Teil seiner diesbezüglichen Anstrengungen in die *Vorlesungen über analytische Mechanik* eingeflossen sind. Daher scheint es angebracht, den Kontext ihrer Entstehung etwas näher zu beleuchten. Es kann hier von einer *Physikalisierung* und einer *Historisierung* bei Jacobi gesprochen werden[53].

Mit dem Stichwort *Physikalisierung* ist Jacobis wachsendes Interesse an naturwissenschaftlichen Phänomenen und deren mathematischer Beschreibung gemeint. Besonders der Briefwechsel mit seinem Bruder, dem Experi-

---

[46] S. Kronecker 1891 (Jacobi *Werke* VII, 411); vgl. auch Koenigsberger 1904a, 395 und 399.

[47] Kronecker 1891 (Jacobi *Werke* VII, 411).

[48] Seinem Bruder schreibt er fünf Tage vor Beginn der Vorlesung: „Ich beabsichtige diesen Winter zu lesen, nachdem ich zwei Semester pausirt“ (Brief an M.H. Jacobi vom 20. Oktober 1847; Ahrens 1907b, 161). S. hierzu auch B. Riemanns Brief an seinen Vater vom 29. Nov. 1847 (Teil 4, Zitat 156).

[49] S. Koenigsberger 1904a, 428

[50] Brief an A. von Humboldt vom 21. Dez. 1846 (Pieper 1987, 99); vgl. hierzu auch unten, Anm. 68.

[51] Bereits 1841 schreibt Jacobi: „Ich habe es jetzt aufgegeben, ein grösseres mechanisches Werk unter dem Titel Phoronomie zu schreiben, denn ich habe nicht gehörig langen Athem dazu, Zwanzig [sic!] Abhandlungen wer weiss wie viele Jahre noch zurückzuhalten bis noch zwanzig andre dazu geschrieben [sic!]. Ich werde in irgend einer Form alles was ich fertig habe in einzelnen Abhandlungen vom Stapel laufen lassen ... “ (Brief an M.H. Jacobi vom 9. Jan. 1841; Ahrens 1907b, 76f.; vgl. auch 64 und 69f.). Zum Begriff „Phoronomie“ s. näher S. 23, Anm. 46.

[52] Vgl. hierzu auch unten, Anm. 68.

[53] Vgl. hierzu auch Pulte 1994, 502-505.

mentalphysiker Moritz Heinrich Jacobi, belegt Jacobis zunehmende Bereitschaft zur Beschäftigung mit physikalischen Fragen[54]. Auch ist auffällig, daß er in seiner „zweiten" Berliner Zeit nicht nur die alten „Königsberger" Kontakte zu mathematischen Physikern und Astronomen pflegt, sondern diese ausweitet und intensiviert. Einige Beispiele sollen Jacobis zunehmendes Interesse an der Physik illustrieren:

Mit F.E. Neumann und W. Weber diskutiert er 1845 und 1846 Fragen der Elektrodynamik. „Ich bin jetzt sehr mit der mathematischen Theorie der Induction beschäftigt, indem Neumann eine Abhandlung darüber vom höchsten Werth in der Akademie drucken lässt, die ich corrigire und dabei Formeln und Construktion umarbeiten muss ... "[55], schreibt er Anfang 1846. Für Neumanns Schüler G.R. Kirchhoff, der im gleichen Jahr von Königsberg nach Berlin kommt und gerade durch eine Arbeit zur Induktion Aufmerksamkeit erregte, interessiert sich Jacobi „in hohem Grade" und hätte „ihn am liebsten in seine Nähe gezogen"[56].

Ein anderes Beispiel betrifft die „Theorie der Centralsonne" des Dorpater Astronomen J.H. von Mädler, die 1846 in wissenschaftlichen Kreisen für beträchtliches Aufsehen sorgte. Mädler glaubt, aus Beobachtungen zu verschiedenen Zeitpunkten eine Eigenbewegung der Fixsterne auf einen gemeinsamen Punkt, eine sog. „Centralsonne" im Bereich der Plejaden, ableiten zu können. *Mathematisch* ist seine Theorie von völlig untergeordnetem Interesse; Jacobi schaltet sich dennoch in die Diskussion um die „Centralsonne" ein und wird zu einem der härtesten Kritikern Mädlers. Dessen „sogenannte Entdeckung" will er nicht als „unschuldigen Scherz" durchgehen lassen, weil sie auf einer methodisch unzulässigen Auswertung einer „ungeheuren Menge von Beobachtungen" beruht[57].

Schließlich sei hier auf den Vortrag *Ueber die Erhaltung der Kraft* verwiesen, den Hermann von Helmholtz am 23. Juli 1847, also knapp drei Monate vor Beginn der *Vorlesungen über analytische Mechanik*, in der Berliner Physikalischen Gesellschaft hält. Der Vortrag, heute als einer der „Klassiker" der theoretischen Physik des 19. Jahrhunderts bekannt, stieß bei den Berliner „physikalischen Autoritäten" auf Ablehnung. Wie Helmholtz selber berichtet, war Jacobi der einzige, der seine Argumentation positiv aufnahm und ihn gegen Angriffe verteidigte[58]. Wiederum ist Jacobis Interesse hier nicht allein

---

[54] S. diesen Briefwechsel im Zeitraum 1844 bis 1848 (Ahrens 1907b, 109-162).

[55] Brief an M.H. Jacobi vom 24. Jan. 1846 (Ahrens 1907b, 132); hierzu näher Pulte 1994, 504.

[56] Koenigsberger 1904a, 365; hierzu auch Jungnickel/McCormmach 1986 I, 153f..

[57] S. seine diesbezüglichen Ausführungen in Vorlesung XXI (S. 123f.) und den dortigen Kommentar zur Vorgeschichte.

[58] Helmholtz 1966, 23; vgl. auch S. 105, Anm. 166.

das des Mathematikers[59]. Er ist *auch* überzeugt, daß es sich bei Helmholtz' Energieerhaltungssatz um ein physikalisches Gesetz von großer naturphilosophischer Tragweite handelt: Unter den „allgemeinen dynamischen Gesetzen" ist es ihm „das mächtigste und wichtigste aller Principien ... welches die ganze Natur beherrscht"[60].

Die Physikalisierung des Denkens Jacobis in seiner „zweiten" Berliner Zeit wird von einer nicht weniger auffälligen *Historisierung* begleitet: Zwar interessiert er sich bereits früh für die Geschichte seines Faches, wie besonders einige Nachschriften seiner Königsberger Vorlesungen belegen[61]. Ab Mitte der vierziger Jahre beläßt es Jacobi jedoch nicht mehr bei solch eher „informellen"[62] historischen Exkursen: Während seines Italienaufenthaltes stellt er im April 1844 in der Bibliothek des Vatikans Quellenstudien zu Diophant an; über zahlentheoretische Probleme in den dort aufgefundenen Manuskripten berichtet er der Akademie kurz vor Beginn seiner letzten Mechanikvorlesung[63]. Seine weiteren Quellenstudien in diesen Jahren beziehen sich u.a. auf C. Ptolemäus[64] und G.W. Leibniz[65]. Im Januar 1846 hält er in der Berliner „Singakademie" einen vielbeachteten Vortrag *Über Descartes' Leben und seine Methode, die Vernunft richtig zu leiten und die Wahrheit in den Wissenschaften zu suchen*[66].
Daß Jacobi seine historischen Forschungen intensiviert und auch auf die *Mechanik* ausdehnt, geht auf A. von Humboldt zurück: Humboldt, mit der Ausarbeitung seines *Kosmos* beschäftigt, bittet im Herbst 1846 Jacobi um die Beantwortung einer Reihe von Fragen zur Geschichte der griechischen Mathematik[67]. Jacobi forscht daraufhin einige Monate intensiv über die Geo-

[59] Vgl. Teil 3 dieser Einleitung, Anm. 130.

[60] S. Vorlesung XVIII (S. 104).

[61] In dieser Hinsicht sind besonders seine *Vorlesungen über die Theorie der Zahlen* vom Wintersemester 1836/37 und über *Variationsrechnung* vom Wintersemester 1837/38 interessant. Beide Nachschriften wurden von dem Jacobi-Schüler J.G. Rosenhain (1816-1887) angefertigt (Nachlaß Jacobi; III, Ms. A6 bzw. Ms. A5). Eine Auflistung der „historischen Aktivitäten Jacobis" gibt Pieper 1987, 30f. , Anm. 130.

[62] Eine „frühe" Ausnahme stellt hier Jacobis im Mai 1835 gehaltener Vortrag über die Pariser École Polytechnique dar, der postum veröffentlicht wurde (Jacobi 1891c).

[63] Nämlich im August 1847; s. hierzu Jacobi 1847 (vgl. auch Koenigsberger 1904a, 319 und 413f.). Jacobi versuchte später, eine Diophant-Ausgabe zu initiieren, die jedoch nicht realisiert wurde (ebd., 464).

[64] Jacobi 1849b und 1850c; s. hierzu auch Koenigsberger 1904a, 466 und 469.

[65] Jacobi 1850d; zu Jacobis Archivrecherchen bezüglich Leibniz s. auch Vorlesung XXIX (S. 177f.) und Koenigsberger 1904a, 495f..

[66] Jacobi 1846b; zur Rezeption s. Koenigsberger 1904a, 358.

[67] Offenbar erstmals in einem (verschollenen) Brief vom September oder Oktober 1846. S. hierzu und zu der folgenden Korrespondenz der beiden Gelehrten Pieper 1987, insbes. 73f..

metrie, Algebra, Astronomie und die Mechanik der Antike, wobei der „Ocean von Untersuchungen“[68], in den er durch diese Anfrage gestürzt wird, sich offenbar auch auf die jüngere Wissenschaftsentwicklung erstreckt. Im April 1847 schreibt er an Humboldt: „Was meine eignen Arbeiten über analytische Mechanik betrifft, so macht mir eine historische Einleitung, die ich vorsehen will, eine unglaubliche Mühe“[69].

Jacobis wissenschaftshistorische Untersuchungen in dieser Zeit sind für die *Vorlesungen über analytische* Mechanik in zweifacher Hinsicht wichtig: Zum einen manifestieren sie sich in einer Reihe historischer Exkurse und Notizen, die die Vorlesung enthält; hier ist besonders auf den ersten Teil zu verweisen[70]. Von Interesse sind aber auch Jacobis spätere Ausführungen zur Geschichte des Prinzips der kleinsten Wirkung[71], denn diese dürften inhaltlich im wesentlichen identisch sein mit einem Vortrag, den er am 15. Juli 1847 in der Berliner Akademie hält und der weder veröffentlicht noch als Manuskript erhalten ist[72].

Jacobis historische Ausführungen sind in Detailfragen gelegentlich ungenau und korrekturbedürftig, aber fast immer von einem eigenständigen, pointiert formulierten Urteil geleitet. Sie zeichnen ein Bild von der Entwicklung der Mathematik, das - dem Wissenschaftsgeschichtsverständnis der Zeit gemäß - durch kumulativen, von wenigen großen „Geistesheroen“ herbeigeführten Fortschritt geprägt ist. An den Arbeiten seines mathematischen Vorbildes L. Euler schätzt er besonders die Wahl geeigneter konkreter Beispiele, durch die allgemeine mathematische Methoden nicht nur *illustriert*, sondern auch *exhauriert* werden[73]. Das „große Verdienst Lagranges“ sieht er

[68]Am 31. Dez. 1846 schreibt er seinem Bruder Moritz Heinrich in Petersburg: „Endlich war ich dazu gekommen ein grosses Mémoire über analytische Mechanik zu schreiben ... . Eben als ich die letzte Hand daran legen wollte, erging an mich von Humboldt eine Reihe Fragen über griechische Mathematik. Nun ist bei mir das Unglück, dass mich alles gleich in einen Ocean von Untersuchungen stürzt, so dass ich ohne H's Fragen zu beantworten, doch 2 Monate nur unter diesen Studien verbrachte“ (Ahrens 1907b, 143). Jacobi sendet Humboldt im Oktober oder November ein längeres Manuskript und im Dezember nochmals „Aphorismen“ zur Geschichte der griechischen Mathematik (Pieper 1987, 74); Auszüge hiervon sind wiedergegeben bei Koenigsberger 1904a, 386-395.

[69]Brief an A. von Humboldt vom 7. April 1847 (Pieper 1987, 120).

[70]S. insbes. die Vorlesungen I, II und IV - VI.

[71]S. hierzu die Vorlesungen XXVI - XXIX (S. 159-182).

[72]Mit dem Titel: *Über die Geschichte des Prinzips der kleinsten Aktion* . S. hierzu Königsberger 1904a, 303; auch S. 159, Anm. 238.

[73]„... denn darin besteht der Vorzug der eulerschen Arbeiten, daß er sie durch particuläre Beispiele illustrirt, die möglichst alle Fälle, die vorkommen können, umfassen. Die Beispiele bei Euler haben nicht allein den Zweck, das Verständnis der allgemeinen Methode zu erläutern, sondern auch zu erschöpfen für den jedesmaligen Standpunkt, welche die Wissenschaft einnimmt ... “ (Vorlesung XXXVIII, S. 232). Jacobis Verehrung für Euler

in der Entwicklung eines formalen Kalküls der Analytischen Mechanik mit deutlich *denkökonomischer* Funktion[74], wodurch er „der Analysis den Vortheil erhalten hat, den die Geometrie gewährt, wo man durch Linien Ausdrücke darstellt, die durch Formeln sehr complicirt auszudrücken wären"[75]. Bedeutsamer mathematischer Fortschritt wird nach Jacobi aber nicht allein durch neue mathematische Begriffe und Kalküle erzielt, sondern auch durch neue *Auslegungen* vorhandener Sätze. Hierin sieht er ein Verdienst seiner eigenen Untersuchungen zur Mechanik[76]. In Jacobis Bewunderung für W.R. Hamiltons „schöne Entdeckung" des Zusammenhangs zwischen Variationsrechnung und der Theorie der Differentialgleichungen, konkret für die Zurückführung der dynamischen Differentialgleichungen holonomer Systeme auf die Hamiltonsche partielle Differentialgleichung, mischt sich Kritik an der unvollkommenen Ausführung dieses Gedankens[77].

Die zweite Folge der oben als *Historisierung* skizzierten Entwicklung Jacobis ist grundsätzlicherer Art: Zusammen mit der als *Physikalisierung* bezeichneten Entwicklung führt sie ihn dazu, die Anwendbarkeit der Mathematik zur Naturbeschreibung überhaupt als *Problem* wahrzunehmen[78]. Jacobi beschäftigt sich daher in dieser Vorlesung erstmals ernsthaft mit der Frage, inwieweit die Analytische Mechanik als eine genuin mathematische Disziplin im Sinne Lagranges *auch* als eine physikalische Wissenschaft auf-

---

manifestiert sich am deutlichsten in seinen intensiven Bemühungen um eine Herausgabe von dessen Schriften; s. hierzu Ahrens/Stäckel 1908.

[74] Jacobis Urteil über Lagranges Mechanik ist, bei allen sonstigen Unterschieden, demjenigen E. Machs vergleichbar. Vgl. S. 45, Anm. 81.

[75] Vorlesung VIII (S. 45); vgl. auch Vorlesung XXXI (S. 193).

[76] Besonders in der „Auslegung" von Poisson 1809: In dem „Jacobi-Poissonschen Theorem" zur Erzeugung neuer Integrale der Bewegung sieht er eine Eigenschaft von Differentialgleichungen, bei der „man den Satz, auf welchem dieselbe beruht, dreißig Jahre vor Augen hatte, ohne diesen Umstand daraus abzulesen" (Vorlesung XXIII, S. 132f.; s. dort auch Anm. 206. Vgl. hierzu auch Teil 3, Anm. 134). Es liegt nahe, den „Auslegungscharakter" zumindest mancher neuer mathematischer Sätze bei Jacobi mit seiner frühen „philologischen" Prägung durch A. Böckh (s. Knobloch/Pieper/Pulte 1995, 101f.), konkret: mit der von Böckh propagierten hermeneutischen Methode, in Verbindung zu bringen.

[77] S. die Vorlesungen XXXVIf. (S. 225-227) und XLII (S. 260). In einem Brief an den Astronomen H.C. Schumacher vom 25. Jan. 1847 bemerkt er in typischer Überspitzung: „Hamilton ... hat eine große Fähigkeit, aus einem bedeutenden Gedanken nichts zu machen. Er hätte die ganze Mécanique Analytique von Lagrange umgestalten können, aber er hat nicht verstanden, was er gemacht hat" (Nachlaß Schumacher; M. 21, Bl. 25r; vgl. aber auch S. 226, Anm. 334).

[78] Ein Problem, das sich beim „frühen" Jacobi angesichts dessen Platonismus (vgl. Teil 1) nicht wirklich stellt, aber durch die „Erweiterung" seines Bildes der theoretischen Mechanik um die historische und die physikalische Dimension auf die „Tagesordnung" kommt. Zur Frage der Anwendung der Mathematik in Astronomie und Mechanik im Briefwechsel Jacobis mit Humboldt s. Pieper 1986, 77f., 104-106, 109f. und 124f..

gefaßt werden kann. Zugespitzt tritt dieses Problem als Frage nach dem Status der Prinzipien der Mechanik auf. Gegenüber seiner früheren Position, wonach es apriorische Naturgesetze gibt, die durch die „Eigenbewegung" des mathematischen Denkens erfaßt werden können, kommt er hier zu einer differenzierteren und „moderneren" Sichtweise, wie später näher ausgeführt wird[79].

Die *Vorlesungen über analytische Mechanik* beginnen, wie angekündigt, am 25. Oktober 1847. Wenn Jacobis Bemerkung zutrifft, daß er zuvor mit einer großen „Reform der analytischen Mechanik"[80] beschäftigt war und diese in einer größeren Abhandlung, vermutlich in Form eines Buches, publik machen will, so ist es kein Zufall, daß von seiner letzten Mechanikvorlesung ein sorgfältig angelegtes Heft erhalten ist: Es ist bekannt, daß Jacobi von seinen „ausgezeichnetsten Zuhörern" gezielt „Nachschriften seiner bedeutendsten Vorlesungen" gesammelt hat - auch, „um sie bei der Ausarbeitung von Lehrbüchern zu benutzen, deren Herausgabe er beabsichtigte"[81]. Von der *Analytischen Mechanik* wurde ein Heft von dem Jacobi-Schüler und späteren Leipziger Mathematiker und mathematischen Physiker W. Scheibner[82] angefertigt. Scheibner behält auch nach seinem Weggang von Berlin im Jahre 1848 Kontakt zu Jacobi[83]. Sein Vorlesungsheft gelangt später über Leipzig nach Marburg und befindet sich seit einigen Jahren in Bochum[84].

[79] S. hierzu den folgenden Teil 3 dieser Einleitung.

[80] Vgl. oben, Zitat 50 und Anm. 68.

[81] Koenigsberger 1904a, 517f..

[82] Wilhelm Scheibner (1826-1908) studierte 1844-1845 in Bonn und danach bis 1848 in Berlin. Neben Jacobi hörte er dort bei Dirichlet und Steiner. Er promovierte 1848 in Halle und habilitierte sich 1853 in Leipzig. Von 1853 bis 1856 arbeitete er mit dem Astronomen P.A. Hansen an der Sternwarte Gotha zusammen. In Leipzig wurde er 1856 zum „außerordentlichen" und 1868 zum „ordentlichen" Professor ernannt. Er blieb dort bis zu seiner Emeritierung. Von Hansen und Jacobi beeinflußt, verfaßte Scheibner eine Reihe von Arbeiten zur Störungstheorie; daneben widmete er sich Untersuchungen zur Geometrie, Algebra, Zahlentheorie, Mechanik und Potentialtheorie. Von Interesse für die Geschichtsschreibung der „Newtonschen" Mechanik ist sein Versuch, die Merkur-Anomalie durch eine Abänderung des Gravitationsgesetzes zu erklären. Seine wichtigsten Lebensstationen, Forschungsbeiträge und Veröffentlichungen sind im Nekrolog seines Leipziger Kollegen und Freundes Carl Neumann dargestellt (Neumann 1908b).

[83] Scheibner trifft Jacobi noch Weihnachten 1850 und Anfang 1851, also kurz vor dessen Tod (Scheibner 1882, 306 und 1893, 432).

[84] Mathematische Institutsbibliothek der Ruhr-Universität Bochum, Sign. 30966; 238 Seiten im Quartformat, eingebunden und beidseitig eng beschrieben (vgl. unten, Bildtafel II). Der Name „W. Scheibner" ist auf S. 1 vermerkt; Scheibners Urheberschaft ist auch aufgrund mehrerer Handschriftenvergleiche als sicher anzusehen. Der Weg der Handschrift von Berlin nach Bochum wurde folgendermaßen rekonstruiert: Anders als die Abschrift (vgl. Anm. 85) blieb Scheibners Urschrift wahrscheinlich in dessen Besitz, oder sie gelangte nach Jacobis Tod wieder dorthin. In Leipzig lernte Scheibners Kollege Carl Neumann die

Von dem Heft existiert eine vollständige Abschrift[85], die wahrscheinlich von F.K.A. Magener[86] stammt. Schließlich ist von der *Analytischen Mechanik* auch eine unvollständige Mitschrift[87] erhalten, die von dem Jacobi-Schüler F. Joachimsthal[88] angefertigt wurde.
Tatsächlich ist Scheibners Heft keine *Nach*schrift im wörtlichen Sinne, sondern eine *Mit*schrift, an der später allenfalls marginale Korrekturen vorgenommen wurden[89]. Die Anfertigung einer solchen Mitschrift wird durch Jacobis Vortragsstil begünstigt, denn Jacobi trägt immer „ganz frei und oh-

Mitschrift kennen und erwähnte sie 1869 erstmals in einer kurzen Note (Neumann 1869, 257; vgl. Teil 4). Nach Scheibners Tod im Jahre 1908 ging die Mitschrift in Neumanns Besitz über; als der 1925 starb, gelangte sie in die Hand seines Neffen E.R. Neumann, der in Marburg lehrte. E.R. Neumann wiederum war Doktorvater des Marburger Mathematikers M. Krafft, zu dessen wissenschaftlicher Bibliothek das Heft bei Übernahme derselben durch die Mathematische Institutsbibliothek im Jahre 1989 gehörte. Für nähere Details hierzu s. Pulte 1994, 501f..

[85] Nachlaß Jacobi (Gr. III, Ms. B22), 308 Seiten. Scheibners Heft trägt eindeutige Markierungen, die von der Anfertigung dieser Abschrift herrühren. Die Abschrift selber weist gelegentlich kleinere Verschreiber, aber auch Auslassungen auf. Da das Verzeichnis der Vorlesungsausarbeitungen im Jacobi-Nachlaß diese Abschrift als „Ausarbeitung von Scheibner und Magener" deklariert (Kronecker 1891; s. Jacobi *Werke* VII, 412) und nicht von Scheibners Hand stammt, liegt es nahe, die Abschrift F.W.A. Magener (s. Anm. 86) zuzuordnen. Schriftproben von Magener, die diese Vermutung erhärten dürften, konnten allerdings nicht aufgefunden werden. Es ist wahrscheinlich, daß sich Mageners Abschrift in Jacobis Besitz befand, oder aber im Zuge „des plangemäßen und eifrigen Nachforschens" (Koenigsberger 1904a, 519), das Borchardt bei der Vorbereitung einer Jacobi-Ausgabe betrieb, in den Jacobi-Nachlaß gelangte. K. Weierstraß, der nach Borchardts Tod 1880 Herausgeber der *Werke* Jacobis wurde, schloß die Editionsarbeiten 1891 ab (ebd., 522). Bei der Übergabe von Nachschriften Jacobischer Vorlesungen an die Akademie legt er ein „Verzeichniss der Hefte" (mit dem Datum 30. Juli 1891) bei. Die Liste führt an erster Stelle Borchardts Nachschrift der *Dynamik* auf (falsch datiert auf das Wintersemester 1839/40). Dann folgt: „2. Vorlesungen über analytische Mechanik, gehalten zu Berlin im Wintersemester 1847/48. Diese von Prof. Scheibner und Prof. Magener (Posen) ausgearbeiteten Vorlesungen sind wesentlich von den erstgenan[nten] verschieden. Es ist aus ihnen noch nichts veröffentlicht worden" (Nachlaß E. Du Bois-Reymond, K.9, M.1, Bl. 70).

[86] Friedrich Karl Albert Magener (1824-1889) studierte von 1845 bis 1848 in seiner Heimatstadt Berlin, promovierte später in Leipzig und ging danach als Lehrer nach Bromberg. 1877 wurde er Professor in Posen, wo er bis zu seinem Lebensende blieb.

[87] Mathematische Institutsbibliothek der Humboldt-Universität Berlin; Sign. Ls Wj 44, 154 Seiten. Diese Mitschrift ist zusammen mit einer eigenen Vorlesung Joachimsthals über Analytische Mechanik vom folgenden Wintersemester 1848/49 eingebunden. Sie ist insgesamt weniger sorgfältig ausgeführt als Scheibners Mitschrift und hat in der zweiten Hälfte nurmehr fragmentarischen Charakter.

[88] Ferdinand Joachimsthal (1818-1861) gehört noch zu den „Königsberger" Schülern Jacobis. Er habilitierte sich 1845 in Berlin und lehrte dort als Privatdozent, bevor er 1853 eine Professur in Halle und 1856 in Breslau erhielt.

[89] Dies läßt sich an verschiedenen Details zeigen, am deutlichsten an Durchstreichungen von Stellen, bei denen Jacobi sich verrechnet hat; s. z.B. Vorlesung X (S. 57, Anm. 89).

ne Benutzung einer schriftlichen Ausarbeitung“[90] vor, und „er spricht nicht nur langsam und schwerfällig, er verliert auch oft den Faden des Vortrags, bringt ungelenke Sätze zusammen, schweigt längere Zeit gänzlich und überlegt, wie er die Rede weiterführen soll. Seine Reden haben aber stets Inhalt, Zusammenhang und tragen den Stempel der innern Geistesthätigkeit“[91]. Scheibners akribische Vorlesungsmitschrift spiegelt diese Beschreibung wider; sie ist ein authentisches Zeugnis von Jacobis „späten“ Anschauungen zur Analytischen Mechanik. Sie ist aber auch das umfassendste Dokument zu Jacobis Sicht der Mechanik überhaupt: Die wöchentlich dreistündig gelesene *Analytische Mechanik* umfaßt mit insgesamt 49 Vorlesungsstunden 6 Stunden mehr als Jacobis erste Mechanikvorlesung von 1837/38 und sogar 13 Vorlesungen mehr als die *Dynamik* von 1842/43. Daß von diesen drei Vorlesungen bisher nur die *Dynamik* in veröffentlichter Form vorliegt, ist in gewisser Hinsicht ein historischer Zufall, der nur begreiflich wird, wenn man sich die Geschichte des Jacobi-Nachlasses vor Augen führt[92].

Das dieser Vorlesungsmitschrift beigegebene, ausführliche Inhaltsverzeichnis spricht für sich. Daher soll hier nur ein knapper Überblick über den Inhalt der *Analytischen Mechanik* gegeben und auf einige Besonderheiten aufmerksam gemacht werden:
Der erste und zugleich auffälligste Unterschied zu Jacobis früherer Darstellung der Mechanik ist die ausführliche Darlegung ihrer Grundlagen (A - C). Ein gutes Viertel der gesamten Vorlesung ist, unterbrochen durch die Bereitstellung von Hilfsmitteln der analytischen Geometrie (III) und der Determinantentheorie (XII - XIV), dem Prinzip der virtuellen Geschwindigkeiten und dessen diversen Beweisversuchen gewidmet. Dies ist nur vor dem Hintergrund der Tatsache zu verstehen, daß dieses Prinzip in den meisten Theorien der Mechanik seit Lagranges *Méchanique Analitique* an die

[90] Koenigsberger 1904a, 517.

[91] Diese Beschreibung ist entnommen aus der Zeitschrift *Die Grenzboten* (8. Jg., Bd. II, I. Sem., Nr. 18; Leipzig 1849); zit. nach Ahrens 1907b, 246.

[92] Vorlesungshefte zu Jacobis Mechanikvorlesungen liegen von J.G. Rosenhain, C.W. Borchardt, W. Scheibner bzw. F.K.A. Magener und F. Joachimsthal vor. 1851, als Jacobi starb, befanden sich von diesen Schülern nur noch Borchardt und Joachimsthal in Berlin; Joachimsthal verließ Berlin 1853. Borchardt fiel neben Dirichlet die Sichtung und Ordnung des Jacobi-Nachlasses zu. Nach Dirichlets Tod im Jahre 1859 trug er die alleinige Verantwortung für den Nachlaß (Koenigsberger 1904a, 518f.). In A. Clebsch fand er einen Mathematiker aus der „Königsberger Schule“, der ihn unterstützte und an der Herausgabe einer Mechanikvorlesung Jacobis interessiert war. Es lag für Borchardt nahe, Clebsch die *eigene* Nachschrift zur Veröffentlichung zur Verfügung zu stellen, und dies war eben eine Nachschrift der *Dynamik* von 1842/43 (vgl. Teil 1, Anm. 35). Clebsch war bereits 1860 im Besitz des Heftes von Borchardt (Jacobi 1866a, III). Es ist offen, ob er von Scheibners Mitschrift bzw. der Abschrift Mageners überhaupt Kenntnis hatte.

„Spitze“ gestellt wurde.
Hier verdienen zwei (miteinander zusammenhängende) Punkte besondere Beachtung[93], nämlich die Beziehung von Statik und Dynamik sowie die Untersuchung von nicht freien Bewegungen: In der Dynamik von 1842/43 spielen - *nomen est omen*[94] - Gleichgewichtsuntersuchungen keine Rolle. In der *Analytischen Mechanik* hingegen widmet Jacobi der Statik und dem Übergang von der Statik zur Dynamik im ersten Teil große Aufmerksamkeit. Gegen Lagrange bemerkt er: „Man macht es sich in der Regel etwas leicht, wenn man von der Statik zur Dynamik übergeht, und in der That, wenn man in der mécanique analytique liest, sollte man glauben, daß sich die Formeln der Bewegung aus denen des Gleichgewichts von selbst verstehen. Eigentlich läßt sich auf die Bewegung aber gar nicht schließen, wenn man die Gesetze nur für den Fall kennt, wo die Körper in Ruhe sind. Es sind hier gewisse probable Prinzipien, die von dem Einen ins Andere überführen, und es kommt wesentlich darauf an, daß man nur weiß, daß man die Sachen nicht mathematisch bewiesen hat, daß man hier Etwas annimmt“[95].
Jacobi führt diese Kritik für nichtfreie Bewegungen aus, d.h. für Bewegungen, die durch Bedingungsgleichungen oder -ungleichungen eingeschränkt sind. Bei der ausführlichen Untersuchung von Zwangsbewegungen unter Bedingungsgleichungen nach der Lagrangeschen Multiplikatorenmethode (VI - IX, XV) verwendet er einige Mühe darauf zu zeigen, daß Lagranges Reduktion der Dynamik auf die Statik, wie sie sich in der *Méchanique Analitique* findet, bei solchen Bewegungen nicht statthaft ist: Während im statischen Falle die Lagrangeschen Multiplikatoren nur von den ersten Ableitungen der Bedingungsgleichungen abhängen, gehen im dynamischen Fall auch die zweiten Ableitungen ein, so daß also Lagrange ohne Berechtigung „den gegebenen Bedingungen ein anderes System [von] Bedingungen substituirt“[96]. Der tiefere Grund dieses Versagens ist darin zu suchen, daß Zwangsbewegungen nach Lagranges Konzeption auf starren, durch die Bewegung selber nicht beeinflußbaren Gebilden ablaufen. Die physikalische Bedingung, daß auf einen Punkt von außen eine gegebene Anziehungskraft wirkt, ist zu der (möglicherweise gleichzeitig stattfindenden) mathematischen Bedingung, daß dieser Punkt sich etwa auf einer starren Kurve oder Fläche bewegen soll, etwas „ganz Heterogenes“, wie Jacobi sich ausdrückt[97].

---

[93] Daneben verdienen Jacobis historische Ausführungen (s.o.) und seine Diskussion der Prinzipien der Mechanik (Teil 3) große Aufmerksamkeit.
[94] S. hierzu aber auch die wechselnde Bedeutung der Begriffe „Dynamik“ und „Statik“ nach Jacobis Ausführungen (Vorlesung IV, S. 22).
[95] Vorlesung XI (S. 59).
[96] Vorlesung XV (S. 86); vgl. auch XI.
[97] Vorlesung XV (S. 87).

Während Jacobi sich in der *Dynamik* auf die Behandlung von Bedingungsgleichungen beschränkt, geht er hier auch ausführlich auf den Fall ein, wo die „Bedingungen des Systems nicht durch Gleichungen, sondern durch Ungleichungen dargestellt werden, und dieß ist nicht nur ein besonderer Fall, sondern es ist sogar die Regel“[98]. Anknüpfend an seinen früheren „Kontrahenten“ Fourier[99], aber auch an C.F. Gauß und an M.W. Ostrogradsky, dehnt Jacobi daher das Prinzip der virtuellen Geschwindigkeiten auch auf diesen Fall aus. Ein weiterer Kritikpunkt an der *Méchanique Analitique* ist, daß in diesem (gewissermaßen „realitätsnäheren“) Fall „das von Lagrange angewandte Räsonement gar nicht mehr anwendbar ist“[100]. Insgesamt ist Jacobis Analyse im ersten Teil, wie diese wenigen Bemerkungen illustrieren mögen, von einer klareren Unterscheidung als früher geprägt, welche Elemente der Analytischen Mechanik „mathematische Fictionen“ sind, und was von diesen Fiktionen „in der Natur stattfinden“ mag[101].

Aus Jacobis Darstellung der Integrale der Bewegung (D) sollen hier - neben seiner Betonung des „Prinzips von der Erhaltung der lebendigen Kraft“[102] - nur seine Ausführungen zur zeitgenössischen Astronomie und Himmelsmechanik herausgehoben werden, die über die (bereits erwähnte) Kritik der Mädlerschen Theorie weit hinausgehen (XXI - XXIII). Seinen „letzten Multiplikator“ handelt Jacobi kürzer ab als in der Dynamik, bei deren Lesung er gerade mit der Ausarbeitung seiner großen *Theoria novi multiplicatoris* befaßt war.

Der folgende Teil (E) zu den Integralprinzipien der Mechanik wird von Jacobis Ausführungen zur Geschichte des Prinzips der kleinsten Wirkung dominiert. In systematischer Hinsicht nimmt er keine Änderungen an seiner früheren Interpretation vor: Anknüpfend an Eulers *Methodus inveniendi*, fordert Jacobi auch hier die Elimination der Zeit aus dem Wirkungsintegral durch das Prinzip der Erhaltung der lebendigen Kraft, „mit dem es innig zusammenhängt“ [103]. Diese „zeitfreie“ Form des Prinzips der kleinsten Wirkung vertritt er als die einzig legitime: „Wenn Sie dagegen alle Lehrbücher der Mechanik ansehen, die von Lagrange, Poisson und die übrigen, ... so hat das Princip gar keinen Sinn, und es ist nicht möglich, einen Sinn damit zu verbinden ...“[104]. Als „symbolischen Ausdruck“ der Differentialgleichungen der Mechanik mit Hilfe der Variationsrechnung zieht Jacobi freilich das

[98] Vorlesung VI (S. 35); s. hierzu auch die folgenden Vorlesungen VII - IX und XVIII.

[99] S. Knobloch/Pieper/Pulte 1995, 106-109.

[100] Vorlesung VI (S. 35).

[101] Vorlesung X (S. 56 und S. 58); s. hierzu auch die Bemerkungen zur „Physikalisierung“ im Teil 2.

[102] S. Vorlesungen XIX und XX; vgl. auch Teil 2.

[103] Vorlesung XXVI (S. 159).

[104] Vorlesung XXVII (S. 165); vgl. auch S. 166, Anm. 254.

Hamiltonsche Prinzip vor, da dieses „den nicht zu verachtenden Vortheil bietet, daß man ihn auf den Fall ausdehnt, in welchem das Potenzial oder die Kräftefunction U die Zeit noch explicite außer den Coordinaten enthält“[105].

In den beiden anschließenden Kapiteln (F, G) stellt Jacobi die verschiedenen Formen der dynamischen Differentialgleichungen und ihrer Integration in gleicher Ausführlichkeit wie in der *Dynamik* dar. Gibt er dort einen längeren differentialgeometrischen Exkurs zur Bestimmung der Oberfläche und der Geodätischen des Ellipsoides[106], finden sich hier wiederum vermehrt historische Ausführungen, die die Theorie der gewöhnlichen und partiellen Differentialgleichungen seit Euler betreffen (XXXVII, XL - XLII) und so die „Umkehrung“ der traditionellen Sichtweise durch die Hamilton-Jacobi-Theorie beleuchten: „Es wird immer von den Analysten als ein großer Vortheil betrachtet, das Integral einer partiellen Differentialgleichung auf die Integration eines Systems gewöhnlicher Differentialgleichungen zurückzuführen: wir sehen aber, daß die Integration eines Systems gewöhnlicher Differentialgleichungen ... gerade dadurch auf eine vorteilhafte Weise sich behandeln und integriren läßt, daß es sich auf eine partielle Differentialgleichung zurückführt“[107].

Die letzten sieben Vorlesungen (H) widmet Jacobi der Störungstheorie, die er in der *Dynamik* nur in einer Stunde berühren konnte[108]. Wie bereits im ersten Viertel der *Analytischen Mechanik*, kommt auch in der ausführlichen Behandlung von Störungsproblemen seine stärker physikalische, an der Beschreibung realer Vorgänge interessierte Orientierung zum Ausdruck. Sein Ausgangspunkt dabei ist, wie er sagt, „eine neue Theorie in der Variation der Constanten, wie sie gegründet wird auf diese Zurückführung der mechanischen Probleme auf eine partielle Differentialgleichung. ... Die Conception, die man hierbei zu nehmen hat, ist nicht ganz leicht: man findet in der Regel, daß die Leichtigkeit der Rechnung im umgekehrten Verhältniß steht zur Leichtigkeit der Betrachtung“[109]. Hier gehen auch Teile der erst 1866 postum veröffentlichten großen Abhandlung Jacobis *Über diejenigen Probleme der Mechanik, in welchen eine Kräftefunction existirt, und über die Theorie der Störungen*[110] ein. Jacobi referiert später die „klassischen“ Untersuchungen Lagranges und Laplaces zur „Stabilität des Weltsystems“, behandelt dann aber auch Störungen höherer Ordnung. In analytischer Behandlung erweist

[105] Vorlesung XXX (S. 188f.).
[106] S. Jacobi *Werke* Suppl.bd., 207-221.
[107] Vorlesung XLII (S. 259f.).
[108] Vgl. hierzu Teil 1, Anm. 35.
[109] Vorlesung XLIII (S. 264).
[110] Jacobi 1866b. Der Aufsatz entstand vermutlich bereits Ende 1836 oder 1837 (Koenigsberger 1904a, 219).

sich das Problem der Größenbestimmung solcher Störungen, wie er seinen Studenten versichert, als das „allerwiderwärtigste in der Mathematik“[111].

Mit der Behandlung von Störungen nicht freier Systeme endet die *Analytische Mechanik* „am Tage vor der berliner Märzrevolution“[112], d.h. am Freitag, den 17. März 1848. Die in dieser zeitlichen Koinzidenz liegende Ironie hat Jacobi durchaus gesehen und gehofft, daß die absehbaren *politischen Störungen* der Stabilität der Preußischen Monarchie die „Bahnen“ ihrer „Untertanen“ positiv beeinflussen würde: „Das Thema, meine Herren, von dem wir jetzt handeln, ist sehr zeitgemäß, ich meine die Variation der arbiträren Constanten“[113].

3. Jacobis Verständnis von Analytischer Mechanik und seine Kritik ihrer Grundlagen

Jacobi bezieht sich mit dem Titel seiner Vorlesung implizit, im Verlaufe der einzelnen Vorlesungsstunden auch immer wieder explizit besonders auf zwei Mathematiker: sein großes Vorbild L. Euler und, noch häufiger, J.L. Lagrange. Beide haben das Verständnis von klassischer theoretischer Mechanik mitgeprägt und die Ausbildung einer „Analytischen Mechanik“ hauptsächlich herbeigeführt. Die folgende Skizze soll zeigen, inwiefern Jacobis letzte Mechanikvorlesung hinsichtlich dieser Tradition einen „Wendepunkt“ markiert.

Die theoretische oder rationale Mechanik ist mit ihrer Zielsetzung, „Mathematische Prinzipien der Naturphilosophie“ (Newton) aufzudecken und geeignet zu formulieren, seit ihren antiken Anfängen eine *Brückenwissenschaft* zwischen Mathematik einerseits und Naturlehre bzw. Physik andererseits gewesen. Nicht immer ist indessen dieser *verbindende* Charakter gleich stark hervorgetreten. Vielmehr zeigt sich die Mechanik in ihrer Entwicklung oft „janusköpfig“: einmal mehr von ihrer anschaulich-empirischen Seite als eine Naturwissenschaft, die von Einzelphänomenen ausgeht und induktiv zu allgemeinsten „Gesetzen der Natur“ voranschreitet; ein anderes Mal mehr von ihrer abstrakt-rationalen Seite als mathematische Disziplin, die aus ersten, rein formellen „Axiomen“ oder „Prinzipien“ auf deduktivem Wege zu neuen Sätzen gelangt, deren Erfahrungsbezug nicht primär intendiert ist, sondern allenfalls „nützliches Beiwerk“ abgibt.

Die zweite, formelle Seite findet in der „Analytischen Mechanik“ des späteren 18. und des 19. Jahrhunderts eine besonders starke Ausprägung.

[111] Vorlesung XLV (S. 277).

[112] S. die Überschrift von Vorlesung XLIX (S. 296).

[113] Vorlesung XLV (S. 275); vgl. hierzu auch Teil 1, insbes. Anm. 42.

Der Name kann in einer schwächeren und einer stärkeren Bedeutung als programmatisch angesehen werden. In der *schwächeren Bedeutung* wird er von Euler in der *Mechanica sive motus scientia analytice exposita* (1736), dem ersten Lehrwerk der Analytischen Mechanik, gebraucht. Euler will mit der Wahl dieses Titels eine Verlagerung der *mathematischen Methode* bezeichnen: Während sich die ältere Mechanik, insbesondere Newtons *Principia*, der „synthetischen", d.h. geometrischen Methode bediente, gehe es nun darum, mit den Mitteln des neuen Infinitesimalkaküls eine „analytische" Behandlung der Bewegung zu geben, so daß „jeder, welcher in der Analysis des Endlichen oder Unendlichen hinreichende Uebung erlangt hat, alles mit bewunderungswürdiger Leichtigkeit verstehen und das ganze Werk ohne alle Hülfe durchlesen könne"[114].
Euler fordert aber weder einen Verzicht auf die Anwendung geometrischer Methoden noch eine Beschränkung auf *mathematische* Methoden überhaupt. Seine Mechanik ist vielmehr dadurch gekennzeichnet, daß neben der Entwicklung neuer mathematischer Methoden der naturphilosophischen und wissenschaftstheoretischen Reflexion grundlegender Konzepte und Gesetze der rationalen Mechanik breiter Platz eingeräumt wird - wie dies auch in der älteren, „synthetischen" Mechanik eines Galilei oder Newton der Fall war. Aber weit davon entfernt, deren Erkenntnisse lediglich in einer neuen mathematischen Gestalt präsentieren zu wollen, wie es die Geschichtsschreibung der Mechanik bis in die neuere Zeit behauptet, geht es Euler darum, mit Hilfe des Infinitesimalkalküls allgemeine, sichere und zur Beschreibung der Naturphänomene *hinreichende* Prinzipien der Mechanik aufzudecken[115]. Die Prinzipien der „Newtonschen" Mechanik, aber auch das Prinzip der kleinsten Wirkung als ein „Eckpfeiler" der analytischen Mechanik, sieht er dabei als metaphysisch fundierte, notwendige Naturgesetze an[116].

In ihrer ursprünglichen Bedeutung ist die Unterscheidung „synthetisch-analytisch" allgemeinerer *wissenschaftstheoretischer* Natur: Sie trennt die Ableitung von neuen Sätzen aus bekannten Voraussetzungen (Synthese) von

[114] Euler 1848/1850 I, 7.

[115] Dies trifft für die rationale Mechanik des 18. Jahrhunderts insgesamt zu; s. Truesdell 1968, Bos 1980 und, insbes. zu Eulers Programm einer rationalen Mechanik, Pulte 1989. Die These, daß es sich bei der Analytischen Mechanik des 18. und 19. Jahrhunderts, auch der Eulerschen, um eine lediglich „normalwissenschaftliche", durch formale und ästhetische Fragen motivierte Artikulation einer „revolutionären" Newtonschen Mechanik handelt, vertritt noch T.S. Kuhn in seiner *Struktur wissenschaftlicher Revolutionen* (Kuhn 1981, 46f.) - und steht damit (unfreiwillig) in einer langen historiographischen Tradition, die (mindestens) bis auf E. Mach zurückgeht. Diese These hält indessen einer genaueren historischen und systematischen Prüfung nicht stand; s. hierzu Pulte 1989, 13-22 und 260f..

[116] S. hierzu Pulte 1989, Teil B.

dem Aufsuchen der Bedingungen, unter denen ein bekannter Satz gilt (Analyse). Die neuere, auch von Euler gebrauchte Unterscheidung leitet sich hierher ab - insofern sich nämlich die Algebra, später auch die Infinitesimalrechnung als leistungsfähige Instrumente bei der *Analyse* geometrischer Figuren erwiesen. E. Mach bemerkt hierzu treffend: „Es ist deshalb üblich geworden, das rechnende Verfahren überhaupt das analytische zu nennen. Was heute analytische Mechanik im Gegensatz zur Newtonschen Mechanik heißt, ist genau genommen *rechnende* Mechanik“[117].

In Lagranges *Méchanique Analitique* (1788), dem zweiten und eigentlichen Hauptwerk der analytischen Mechanik, wird diese „rechnende Mechanik“ mit einem wesentlich weitergehenden, nämlich in zweifacher Hinsicht ausschließlichen Anspruch vorgetragen: Indem er ihre Beschränkung *allein auf analytische* Methoden propagiert, spricht er sich zunächst und vor allem für eine Befreiung der Mechanik von jeglicher Geometrie aus[118]. Sein Methodenmonismus zeigt sich jedoch auch auf eine „außermathematische“ und „antiphilosophische“ Weise - im Verzicht auf (explizite) naturphilosophische und wissenschaftstheoretische Begründungen der Mechanik[119]. „Analytische Mechanik“ in dieser *stärkeren Bedeutung* unterscheidet sich in beiderlei Hinsicht vom Wissenschaftsverständnis Eulers, *aber etwa auch d'Alemberts*. In einer anderen Hinsicht steht er jedoch voll und ganz in der älteren Tradition und treibt diese gewissermaßen „auf die Spitze“: Analytische Mechanik wird weiter als eine axiomatisch-deduktive Wissenschaft verstanden, die von ersten, als allgemein und unfehlbar geltenden mathematischen Grundsätzen fortschreitet und *dennoch* Naturbeschreibung leistet[120]. Konkret stellt Lagrange in der ersten Auflage der *Méchanique Analitique* der gesamten Statik und Dynamik das Prinzip der virtuellen Geschwindigkeiten als „eine Art Axiom“ voran[121]. Später gesteht er ein, daß „dieses Prinzip, für sich selbst genommen, nicht genügend evident ist, um als ein ursprüngliches Prinzip

[117] Mach 1933, 445.

[118] „On ne trouvera point de Figures dans cet Ouvrage. Les méthodes que j'y expose ne demandent ni constructions, ni raisonnemens géométriques ou méchaniques, mais seulement des Opérations algébraiques, assujetties à une marche réguliere & uniforme. Ceux qui aiment l'Analyse, verront avec plaisir la Méchanique en devenir une nouvelle branche ... “ (Lagrange 1788, VI).

[119] S. hierzu Pulte 1989, 232-240.

[120] Das „dennoch“ an dieser Stelle ist ein bewußter Anachronismus: Nach dem heutigen, eher fallibilistisch und (oder) relativistisch geprägten Wissenschaftsverständnis kann eine solche Auffassung nur befremdlich erscheinen. Man muß daher die in zeitgenössischen Lehrwerken des frühen 19. Jahrhunderts häufig vorgenommene Parallelisierung von theoretischer Mechanik und einer Euklidischen Geometrie, deren Axiome (in aller Regel) noch unhinterfragt blieben, ernst nehmen, um zu verstehen, welch starker Wissenschaftswandel sich (auch) in der Mechanik vollzogen hat.

[121] Lagrange 1788, 12.

aufgestellt werden zu können“[122]. Er bemüht sich daher, dem Prinzip Evidenz zu verleihen, indem er es - in zwei sogenannten „Beweisen“[123] - zu veranschaulichen sucht.

Die spätere französische Mathematik, für die Wissenschaftsauffassung der theoretischen Mechanik bis weit ins 19. Jahrhundert hinein bestimmend, hat Lagranges *Méchanique Analitique* eine *Mécanique physique* als Grundlage einer mathematischen Physik gegenübergestellt, die stärker an der Beschreibung und Erklärung des Verhaltens „realer“ Körper orientiert ist[124]. Eher als im 18. Jahrhundert wird hier der *empirische* Ursprung mechanischer Prinzipien betont. Es wäre jedoch ein Irrtum anzunehmen, daß damit auch ihre Sicherheit und Allgemeinheit in Zweifel gezogen wurden. Beweisversuche zu mechanischen Grundgesetzen, gerade auch zum Prinzip der virtuellen Geschwindigkeiten, sind in dieser Zeit Legion. Sie zielen, wie schon bei Lagrange, auf „Verleihung“ von Evidenz und ein „Tieferlegen der Fundamente“ ab. Das Verständnis von theoretischer Mechanik als axiomatisch-deduktiver Wissenschaft mit sicheren „ersten“ Prinzipien wird in aller Regel auch hier nicht angetastet - wie auch nicht von W.R. Hamilton, auf den sich Jacobi neben Lagrange, Euler und Poisson inhaltlich am stärksten bezieht[125].

Der „frühe“ Jacobi vertritt in *dieser* Hinsicht offenbar den gleichen Standpunkt[126]. Mit Grundlegungsfragen der Mechanik hat er sich jedoch bis

[122] S. Lagrange *Oeuvres* XI, 24 bzw. 1887, 21.

[123] S. hierzu ausführlich Lindt 1904.

[124] Hier ist besonders auf die Laplace-Poissonsche Schule (vgl. Teil 1) hinzuweisen; s. hierzu näher Duhem 1980 und Grattan-Guinness 1990.

[125] Für einige, fast beliebig vermehrbare Belege zur französischen Tradition s. Pulte 1994, 508f.; als vielleicht interessanteste (aber einflußlose) Ausnahme ist L. Carnot zu nennen (ebd., Anm. 48). Hamilton beruft sich in seiner Begründung der Mechanik (wie übrigens auch der Algebra) verschiedentlich auf Kant, fällt aber mit seiner Unterscheidung einer „aprioischen, metaphysischen“ und einer „aposteriorischen, physischen“ Wissenschaft der Dynamik hinter Kant zurück. S. hierzu näher Pulte 1993b, 838 und v.a. Hankins 1980, 172-180.

[126] Wenngleich anders begründet und ungeachtet seiner sonstigen Kritik an der französischen mathematischen Physik; s. hierzu seine Ausführungen in der Königsberger Antrittsvorlesung von 1832 (Teil 1). Jacobi geht hier zwar nicht auf „profane“ Detailfragen wie die Grundlagen der Mechanik ein. Er läßt jedoch keinen Zweifel daran, daß es für ihn apriorische Naturgesetze gibt, die durch die Mathematik erfaßt werden können - die Prinzipien der Mechanik aber waren zu seiner Zeit die einzigen aussichtsreichen „Anwärter“ auf solche Naturgesetze. Daß sein Standpunkt in der *Konsequenz* zu einer ganz ähnlichen Beurteilung des wissenschaftstheoretischen Status' erster, mathematisch formulierter mechanischer Prinzipien führt, zeigt z.B. der Vergleich mit Fourier (vgl. Teil 1, Zitat 18): Fourier geht davon aus, daß das „Studium der Natur“ die wichtigste Quelle neuer mathematischer Erkenntnis und die einzige Möglichkeit zur Aufdeckung erster Naturgesetze ist. Jacobi sieht umgekehrt in der Entfaltung des „autonomen“ mathematischen Denkens den

zu den *Vorlesungen über analytische Mechanik* nicht näher befaßt, jedenfalls liegen hierzu so gut wie keine Stellungnahmen von ihm vor. Als Begründer der Analytischen Mechanik sieht er Euler[127], seine Arbeiten hierzu knüpfen aber eher an Lagrange an: der weitgehende Verzicht auf geometrische Betrachtungen und auch seine Zurückweisung metaphysischer Begründungen mechanischer Prinzipien[128] folgen dieser, nicht aber der älteren Eulerschen Wissenschaftsauffassung. Die Analytische Mechanik ist für Jacobi zunächst eine Integrationstheorie der dynamischen Differentialgleichungen und, so gesehen, ein „neuer Zweig der Analysis", wie Lagrange es formuliert hatte. Dies zeigt sich in seinen Veröffentlichungen ab 1837, aber auch noch in den vorliegenden *Vorlesungen über analytische Mechanik*: Seine Zurückführung der Erhaltungssätze der Analytischen Mechanik auf Symmetrieeigenschaften des Raumes[129], die *vornehmlich* „instrumentelle" Handhabung des Prinzips der Erhaltung der lebendigen Kraft bei der Integration der dynamischen Differentialgleichungen[130] und, in Verbindung hiermit, seine Auffassung der Variationsprinzipien (Hamilton-Prinzip, Prinzip der kleinsten Wirkung) als zunächst nur „symbolische Ausdrücke" dieser Differentialgleichungen[131] wei-

einzigen Weg, „dieselben ewigen Gesetze des menschlichen Geistes, dieselben der Natur" aufzudecken (s. Knobloch/Pieper/Pulte 1995, 112 und 124f., Anm. 82). Die unterschiedlichen Wege führen zum gleichen Ziel: zu sicheren und unwandelbaren Naturgesetzen. Der „Positivist" Fourier stellt einer frühen Untersuchung zum Prinzip der virtuellen Geschwindigkeiten das bezeichnende, nicht gerade positivistisch (im moderneren Sinne) anmutende Motto voran: „Geometriae est probare" (Fourier 1798, 20).

[127] Bereits in der historischen Einleitung seiner *Vorlesungen über Variationsrechnung* von 1837/38 bemerkt er zum Prinzip der kleinsten Wirkung in Eulers *Methodus inveniendi* (vgl. S. 164, Anm. 248 und 249): „Das Wichtigste in diesem Werke ist ein kleiner Anhang, in welchem gezeigt wird, wie bei gewissen Problemen der Mechanik die Kurve, die der Körper beschreibt, ein Minimum wird ... . Allein aus diesem Anfang ist die ganze analytische Mechanik entsprungen" (Nachlaß Jacobi; Gr. III, Ms. A5, S. 6). Jacobis Feststellung, in dieser Ausschließlichkeit natürlich unhaltbar, findet sich ganz ähnlich in der *Analytischen Mechanik* wieder (Vorlesung XXVII; S. 164; vgl. auch 116).

[128] Vgl. Vorlesung XXVII (S. 167, auch Anm. 257), wo Jacobi die Kritik Lagranges an dem „Metaphysiker" Euler im Zusammenhang mit der Begründung des Prinzips der kleinsten Wirkung paraphrasiert. Bereits in der *Dynamik* weist er Eulers diesbezügliche Überlegungen zurück (Jacobi *Werke* Suppl.bd., 43f.).

[129] S. hierzu die Vorlesungen XX - XXIV (insbes. 133-139).

[130] „... die mechanischen Probleme, in denen der Satz von der lebendigen Kraft gilt, sind einer ganz verschiedenen Behandlung fähig, so daß für sie eine ganz eigenthümliche Methode der Integralrechnung existirt, welche für kein andres Problem gilt, und wodurch diese von allen andern Problemen der Integralrechnung herausgehoben sind - die wunderbarsten Sätze, ganz ohne Beispiel und Analogie in der Analysis finden hier statt ..." (Vorlesung XX, S. 115). Jacobi bezieht sich hier auf Hamiltons Ansatz (vgl. Vorlesung XXXIII). S. aber *auch* die Ausführungen zur Erhaltung der lebendigen Kraft in Teil 2, Anm. 60.

[131] Hier ist besonders auf die Differenz zu Hamilton zu verweisen, der seinem dynamischen Prinzip, von der Wellentheorie des Lichtes motiviert, eine stärkere physikalische Interpre-

sen in diese Richtung einer „rein" analytischen, am physikalischen Geschehen nicht interessierten Mechanik. Die von Jacobi selber als „neues allgemeines Prinzip der analytischen Mechanik"[132] und als „Fundamentaltheorem der Dynamik"[133] eingeführten Sätze, nämlich die Anwendung „seines" letzten Multiplikators auf die Mechanik bzw. das Jacobi-Poissonsche Theorem, sind allgemeine Integrationsmethoden der dynamischen Differentialgleichungen, aber nur von sehr beschränktem Nutzen für die Behandlung konkreter mechanischer Probleme. Vom Standpunkt einer Mechanik, die auf Naturbeschreibung ausgeht, können sie als „Prinzipien höherer Ordnung" aufgefaßt werden, die Aussagen *über* die Beziehung gewisser mechanischer Prinzipien (Integrale der Bewegung) machen und daher selber nur von mittelbarem empirischen Interesse sind[134].

Und *dennoch* zeigt sich in den *Vorlesungen über analytische Mechanik* - dort, wo Jacobi die „gewöhnlichen" Prinzipien der Mechanik und die verschiedenen Formen der dynamischen Differentialgleichungen diskutiert - erstmals eine kritische Auseinandersetzung mit und letztlich eine *Abkehr von*

---

tation gab. F. Klein sah sogar in den „Entdeckungen Hamiltons in der Mechanik ... nur Korollare seiner optischen Grundgedanken" und gab sich „viele aber vergebliche Mühe ... Hamiltons optische und mechanische Resultate in Deutschland bekannt zu machen" (Klein 1926/1927 I, 198). Nicht ohne Ironie ist hier, nebenbei bemerkt, daß der *Mathematiker* Klein, gerade in Hinblick auf Jacobis Werk, „vor einem einseitigen Studium" der Analytischen Mechanik warnt und in ihr nur „sozusagen ein Schema mit leeren Fächern" sieht, „in welche die bunte Welt der Erscheinungen erst eingeordnet werden muß, um sie sinnvoll erscheinen zu lassen" (ebd., 207), während der *Physiker* L. Boltzmann sie geradezu als „Eingangspforte" in den „imposanten Bau der theoretischen Physik" bezeichnet (Boltzmann 1903, 5).

[132] S. hierzu den Titel von Jacobi 1842b; vgl. auch Jacobis „vorbereitende" Schrift 1838b.

[133] Vgl. die Vorlesungen XLVIIf. (inbes. S. 292-294). S. hierzu auch Poisson 1809, Jacobi 1840b und 1862.

[134] Jacobi selber macht die Neuartigkeit dieser beiden Sätze deutlich. So bemerkt er zum Prinzip des letzten Multiplikators: „Ich will nun noch von einem andern Princip einige Worte sagen, welches einen gänzlich verschiedenen Charakter hat. Wenn nämlich die gewöhnlichen Principien erste Integrale finden lehren, so lehrt dieses Princip in allen Fällen, in welchen die Kräfte Functionen der Coordinaten sind ... , daß wenn man die $6n-1$ Differentialgleichungen erster Ordnung durch Auffindung von $6n-2$ Integralen auf eine einzige Differentialgleichung erster Ordnung ... gebracht hat, diese letzte Gleichung auf Quadraturen zurückzuführen" (Vorlesung XXIV, S. 144f.; vgl. auch Teil 2, Anm. 76). Zum Jacobi-Poissonschen Theorem, „einem der merkwürdigsten Sätze der Integralrechnung", schreibt er: „Ich habe eben darauf aufmerksam gemacht, daß die Integrale in den genannten Problemen ein qualitatives Verhalten haben ... und daß es sogar möglich ist, daß man aus zwei Integralgleichungen in der Mechanik alle übrigen Integralgleichungen durch bloßes partielles Differentiiren ableiten kann. Diese Eigenschaft der Differentialgleichungen weicht so sehr ab von Allem, was bisher in der Integralrechnung vorgekommen war, daß man den Satz, auf welchem dieselbe beruht, dreißig Jahre vor Augen hatte, ohne diesen Umstand daraus abzulesen" (Vorlesung XXIII, S. 132f.).

Lagranges Wissenschaftsverständnis:
Im Anschluß an die Aufstellung der Lagrangeschen Bewegungsgleichungen führt er seinen Studenten die Leistungsfähigkeit, aber auch die Grenzen der *Méchanique Analitique* vor Augen. Da ist zum einen die faszinierende Idee, durch „analytische Operationen" die „mechanische Communication der Kräfte" ersetzen zu können: „... man hat hier das vollkommene Gegenbild einer rein mathematischen Operation von dem, was in der Natur vorgeht, das ist eigentlich immer die Aufgabe der angewandten Mathematik"[135]. Daß sich „alles reducirt ... auf die mathematische Operation" erscheint Jacobi zwar als die „möglichst große Vereinfachung, welche man von einem Problem machen konnte, das in seinen einzelnen Beispielen die größte Mühe machte und die größten Schwierigkeiten zu überwinden erforderte, und das ist eigentlich der große Gedanke, der in der analytischen Mechanik von Lagrange niedergelegt ist"[136]. Dieser „große Gedanke", namentlich die Anwendung der Lagrangeschen Differentialgleichungen, habe jedoch „auch den Nachtheil, daß man sich ganz davon entwöhnt, die Wirkungen der Kräfte zu verfolgen, und den wahren Nutzen kann der Satz erst für diejenigen haben, bei denen er der Schluß ist von angestellten Betrachtungen und Untersuchungen, wenn man sich erst im Einzelfall selber diese Mühe gegeben hat, durch die Verfolgung der Kräfte und die Einsicht in ihre gegenseitigen Modificationen zu solchen Resultaten zu gelangen, die dann alle zusammen von der einzigen Formel umfaßt werden"[137]. Wenn der Lagrangesche Formalismus keine rein mathematische, oder, wie Jacobi sich oft ausdrückt, „symbolische" Darstellung bleiben soll, so lautet jetzt die ungewohnte Warnung vor „blinden" deduktiven Übungen, muß am Einzelfall empirisch überprüft werden, ob er unter diese Darstellung fällt. Jacobi läßt keinen Zweifel daran, daß Lagranges Mechanik hier ihren schwachen Punkt hat:[138]

> Der weitere Inhalt der analytischen Mechanik ist dann freilich die Anwendung dieser Formeln, oder der Ausdruck der verschiedenen Eigenschaften der Körper durch Bedingungsgleichungen, und die Art, wie diese Bedingungsgleichungen bei der Transformation der Variabeln benutzt werden. Die Natur wird da jedesmal vollständig aus den Augen gerückt, und es tritt an die Stelle der Constitution der Körper (je nachdem deren Elemente unbiegsam, ausdehnbar, elastisch u.s.w. sind) lediglich die bestimmte Bedingungsgleichung. Hier wird nun freilich in der analytischen Mechanik die Rechtfertigung vermißt, indem sie, um eine rein mathematische Disziplin zu bleiben, auch von dieser Rechtfertigung ganz abstrahirt ... .
> Wenn die Physik nun finden sollte, daß diese Bedingungsgleichung nicht

[135] Vorlesung XXXI (S. 193); s. auch Vorlesung IX (S. 45).
[136] Ebd., 193; vgl. auch Teil 2, Anm. 74.
[137] Ebd., 193f..
[138] Ebd., 193.

> den Zustand dieses oder jenes Körpers ausdrückt, so ist das Etwas, was außerhalb des Werkes liegt; wenn z.B. die tropfbaren Flüssigkeiten als absolut incompressibel angenommen werden: ist das aber nicht mehr der Fall, so ergeben sich dadurch Abweichungen der Resultate von der Wirklichkeit.

Daß Lagranges Methodenmonismus ein Rechtfertigungsdefizit impliziert, wenn die Analytische Mechanik (auch) eine *empirische* Wissenschaft sein soll, wird für Jacobi offenbar hier erstmals zum Problem. Der Grund dieser Distanzierung von Lagranges Wissenschaftsauffassung ist sicherlich in der - oben als *Historisierung* und *Physikalisierung* beschriebenen - Entwicklung seiner Interessen in der „zweiten" Berliner Zeit zu sehen. Seine Kritik an der *Méchanique Analitique* liegt denn auch zunächst auf einer Linie mit derjenigen der Laplace-Poissonschen Physik, die er in seiner Königsberger Rede von 1832 so vehement attackiert hatte[139].

Er geht jedoch über diese ältere Kritik an der *Méchanique Analitique* hinaus, wenn er sich den Prinzipien der Mechanik, besonders dem Prinzip der virtuellen Geschwindigkeiten, widmet. Gleich zu Beginn seiner Vorlesung warnt er seine Studenten davor, in den Grundsätzen der Mechanik eine Sicherheit zu suchen, die allein von der „reinen" Mathematik erwartet werden darf: [140]

> Vom Standpunkt der reinen Mathematik aus sind diese Gesetze nicht zu beweisen, bloße Conventionen, sie sind aber so angenommen, daß sie der Natur entsprechen - daher nicht a priorisch darzuthun, sondern [es ist] durch Experimente die Art der Entsprechung zu zeigen. ... Sie werden gleichwohl überall, wo eine Mischung der Mathematik mit Etwas außer ihr stattfindet, Versuche finden, diese rein conventionellen Sätze a priorisch zu beweisen, und es wird dann an Ihnen sein, den jedesmaligen Fehlschluß aufzufinden.

Der altphilologisch geschulte, sehr sprachbewußte Jacobi führt hier, ein gutes halbes Jahrhundert vor H. Poincaré[141], den Konventionsbegriff zur Kennzeichnung mechanischer Grundgesetze ein[142]. Dabei geht es ihm, wie später auch Poincaré, besonders darum, den *Setzungscharakter* solcher Prinzipien

---

[139] Insofern ist *diese* Kritik auch nicht originell, sondern nur von Interesse, weil sie von *Jacobi* stammt: Die „Sozialisation" des „reinen" Mathematikers (vgl. Teil 1) wird durch die Kritik an Lagrange aus der Perspektive der Perspektive einer *Mécanique Physique* besonders deutlich.

[140] Vorlesung I (S. 3).

[141] S. hierzu zuerst Poincaré 1897.

[142] Daß es sich hier um mehr als eine zufällige Übereinstimmung in der Wortwahl handelt, zeigt ein näherer Vergleich der Begriffsbedeutungen bei beiden Mathematikern (Pulte 1994, 514f.).

zum Ausdruck zu bringen: Sie sind mathematisch nicht beweisbar, der empirischen Prüfung fähig und bedürftig, aber sie werden durch die Erfahrung nicht in eindeutiger Weise gegeben. Vielmehr ist ein Spielraum vorhanden, daher auch eine Übereinkunft erforderlich. Es sind Einfachheits- und Plausibilitätsüberlegungen, die die Setzung von Prinzipien leiten: „... die Mathematik kann die Art, wie die Beziehungen eines Systems von Punkten Abhängigkeit veranlassen, sich nicht aus den Fingern saugen, sondern es wird hier wieder eine Convention in Form eines allgemeinen Princips eintreten. Man kann die Forderung stellen, daß die Form dieses Princips möglichst einfach und plausibel sei"[143]. Es ist zu betonen, daß Jacobi seine Überlegungen nicht auf verschiedene Darstellungen der dynamischen Differentialgleichungen oder „analytische" Prinzipien (wie das der virtuellen Geschwindigkeiten oder der kleinsten Wirkung) beschränkt. Es geht ihm auch nicht um den trivialen Hinweis, daß es vom „Standpunkt der reinen Mathematik" aus ein leichtes sei, die bekannten Prinzipien in immer neuer „Verkleidung" zu präsentieren. So bemerkt er zum „Newtonschen" Trägheitsprinzip: [144]

> Es ist vom rein mathematischen Standpunkt aus ein Cirkel, zu sagen, die geradlinige Bewegung ist die eigene, folglich ist zu jeder andern eine äußere Hinzuwirkung erforderlich: denn man könnte mit demselben Rechte jede andere Bewegung als Gesetz der Trägheit eines Körpers setzen, wenn man nur hinzufügt, wenn er sich nicht so bewegt, ist eine Außenwirkung daran Schuld. Und wenn wir jedesmal, wenn der Körper abweicht, die äußere Einwirkung physikalisch aufweisen können, sind wir berechtigt, das Trägheitsgesetz, das nun zu Grunde lag, als Naturgesetz zu bezeichnen.

Auch das vermeintlich evidente Trägheitsprinzip empfiehlt sich für Jacobi nicht von selbst: Es *definiert* vielmehr erst, was unter einer kräftefreien Bewegung verstanden werden soll - und muß als definitorische Festlegung begriffen werden, wenn der (hier zurecht konstatierte) logische Zirkel vermieden werden soll. Erst in Verbindung mit anderen Festlegungen darüber, wie Abweichungen von der Trägheitsbewegung auf äußere Einwirkungen zurückführbar sind, erhält dieses Prinzip überhaupt empirischen Gehalt. Die Mathematik kann nun der empirischen Mechanik zwar ein „Arsenal" von Kandidaten für Konventionen bereitstellen, aus denen diese eine zweckmäßige Auswahl treffen muß[145]. Sie kann jedoch den so zu Naturgesetzen erklärten Konven-

[143] Vorlesung I (S. 5).
[144] Vorlesung I (S. 3).
[145] In *diesem* Punkt kann man eine Parallele zwischen Jacobi und J.F. Fries (vgl. S. 100, Anm. 161) feststellen. Über die *„philosophische Untersuchung der reinen Bewegungslehre*, Newtons mathematische Naturphilosophie" bemerkt Fries nämlich: „Es ist nemlich diese Wissenschaft eigentlich die Rüstkammer aller derjenigen Hypothesen, aus welchen nachher

tionen nicht die Sicherheit verleihen, die den „rein“ mathematischen Sätzen eigen ist. Da dies nach Jacobis Auffassung auch die Erfahrung nicht vermag, können mechanische Prinzipien grundsätzlich nur als „probabel“, als wahrscheinlich gültig, angesehen werden[146]. Gegenüber dem „Certismus“ der älteren analytischen Mechanik, der an ein sicheres Fundament des Wissens glaubt, ist hier ein Übergang zu einem „Fallibilismus“ zu konstatieren, der mit der Fehlbarkeit dieser Grundlagen rechnet. Dieser Schritt kann als *ein* wichtiger Indikator für den Übergang von einem „klassischen“ zu einem „modernen“ Wissenschaftsbegriff angesehen werden[147].

In der Tradition der Analytischen Mechanik scheint niemand vor Jacobi diesen Schritt getan zu haben - und Jacobi vollzieht ihn auch *nur* für die Analytische Mechanik, nicht aber für die Bereiche, die er der „reinen Mathematik“ zurechnet. Hierin liegt der Kern seiner Kritik an Lagrange: Dessen Präsentation der Mechanik, namentlich seine Beweisversuche des Prinzips der virtuellen Geschwindigkeiten - Jacobi spricht häufig von „Constructionen“ - suggeriert „mathematische“ Sicherheit für Sätze, die eben nicht der reinen Mathematik angehören, sondern einer „Mischung der Mathematik mit Etwas außer ihr“[148]. Eine Mechanik, die als „neuer Zweig der Analysis“ (Lagrange) verstanden wird, geht über diesen Punkt hinweg und führt zu Evidenztäuschung und Scheinsicherheit[149]. Jacobis Warnung an seine Studenten lautet daher, *„sich nicht täuschen zu lassen und zu dem Wahne verführen, man hätte Etwas bewiesen, was nicht bewiesen ist. ... ich habe Schüler gehabt, die die mécanique analytique besser verstanden als ich, aber es ist manchmal kein gutes Zeichen, wenn man Etwas versteht“*[150].

in der Erfahrung die Erklärungen gelingen. Darin ist bey weitem das meiste von mathematischer Entwicklung, aber die Grundbegriffe sind philosophisch ... “ (Fries 1822, 9f.).

[146] S. die Vorlesungen VI (S. 32f.) und XI (S. 59) zu den Beweisversuchen des Prinzips der virtuellen Geschwindigkeit.

[147] S. hierzu Diemer/König 1991, 6. Hier ist einschränkend zu bemerken, daß Jacobi mit der Möglichkeit, zu „probablen“ Prinzipien zu gelangen, keinen „Popperschen“ Fallibilismus (vgl. Teil 4, Anm. 173) antizipiert, der diese Möglichkeit bekanntlich bestreitet.

[148] Vgl. Vorlesung I (S. 3).

[149] Womit nicht gesagt ist, daß Jacobi alle Versuche, mechanische Prinzipien (wie das der virtuellen Geschwindigkeiten) durch *Veranschaulichung* zu legitimieren, als überflüssig oder verfehlt ansieht (s. etwa die Vorlesungen XVIf., 92-96). Der entscheidende Punkt ist hier, daß diese Veranschaulichungen für ihn *nie* den Charakter eines mathematischen Beweises haben können und daher die ersten Prinzipien nur als „probabel“ gelten dürfen.

[150] Vorlesung V (S. 29); Hervorhebung vom Herausgeber. Zu Jacobis Lagrange-Kritik s. näher Pulte 1996.

4. Hörerkreis und Rezeption der *Vorlesungen über analytische Mechanik*: Carl Neumann als Vorläufer Ernst Machs

Es ginge über den Rahmen dieser Einleitung hinaus, den Teilnehmerkreis der Jacobischen Vorlesung möglichst vollständig darstellen und - sofern dies überhaupt möglich ist - eine Analyse des Einflusses der *Analytischen Mechanik* im Einzelfall vornehmen zu wollen. Hier sollen - als Ausgangspunkt für die weiter Forschung - einige Hinweise zu wenigen Rezipienten der Jacobischen Vorlesung ausreichen, die sich hauptsächlich auf dessen Kritik der mechanischen Prinzipien beziehen. Eine umfassendere Untersuchung hätte zu berücksichtigen, daß im 19. Jahrhundert Vorlesungsnachschriften eine wesentlich größere Rolle in der Wissensvermittlung spielten, als dies heute der Fall ist. Zur Illustration sei nur daran erinnert, daß Jacobis *Dynamik* zwar fünf Jahre vor der *Analytischen Mechanik* gelesen, aber erst 1866 veröffentlicht wurde und dennoch beim Erscheinen das mathematisch eindeutig avancierteste deutschsprachige Lehrwerk der theoretischen Mechanik war und dies auch noch für geraume Zeit blieb. Vorlesungshefte waren zu Jacobis Zeit eher Lehrbuchersatz und gelangten oft über den „primären" Hörerkreis hinaus weiteren Interessenten zur Kenntnis. So ist es auch nicht verwunderlich, daß Jacobis letzte Mechanikvorlesung in Lehrbüchern und Artikeln der zweiten Jahrhunderthälfte manchmal erwähnt wird. Noch A. Voss bezieht sich 1901 in seinem Beitrag über *Die Prinzipien der rationellen Mechanik* für die *Enzyklopädie der mathematischen Wissenschaften* verschiedentlich auf Scheibners Mitschrift[151].

Die *Analytische Mechanik* fand nach den Quästurakten „vor 17 Zuhörern" statt[152]. Als Hörer zweifelsfrei ausgewiesen sind folgende Mathematiker:[153]

Oswald Hermes	(1826 - 1909)
Ferdinand Joachimsthal	(1818 - 1861)
Karl Lottner	(1826 - 1887)
Friedrich Karl Albert Magener	(1824 - 1889)
Bernhard Georg Friedrich Riemann	(1826 - 1866)
Wilhelm Scheibner	(1826 - 1908)

[151] S. Voss 1901, 6, 54, 63, 70, 81, 87; vgl. auch Lindt 1904, 175.

[152] Kronecker 1891 (Jacobi *Werke* VII, 411). Die Teilnehmerzahl ist, bezogen auf alle Berliner Vorlesungen Jacobis, guter Durchschnitt. Sie war, wie die Bemerkung am Ende der Vorlesung XI (S. 64) vom 17. Nov. 1847 zeigt, zunächst offenbar nicht „stabil". Die tatsächliche Zahl könnte höher gelegen haben, da nicht alle Hörer von den Quästurakten erfaßt wurden - so z.B. nicht Jacobis „alter" Schüler F. Joachimsthal.

[153] Mit Ausnahme Joachimsthals (s. Anm. 88) anhand der Abgangszeugnisse der Universität. Der Herausgeber dankt Herrn Dr. W. Schultze vom Universitätsarchiv der Humboldt-Universität zu Berlin für die Überprüfung einer Reihe von Zeugnissen.

Jacobis Kritik der Prinzipien der Mechanik verfehlte ihre Wirkung auf seine Studenten nicht. Als der „Mitschreiber“ Scheibner sich am 13. Juni 1853 in Leipzig habilitiert, vertritt er vor der Philosophischen Fakultät die These: „Die Principien, welche zu den Grundgleichungen der Mechanik führen, sind conventioneller Natur, namentlich kann das Princip der virtuellen Geschwindigkeiten, sowie das nach d'Alembert benannte Princip nicht völlig erwiesen werden“[154].

B. Riemann ist zweifellos die später herausragende Gestalt unter den Hörern der *Analytischen Mechanik*[155]. Er ging 1847 von Göttingen nach Berlin, um bei Dirichlet, Jacobi, F.G. Eisenstein und J. Steiner zu studieren. Seinem Vater schreibt er: „Als ich hier ankam, erfuhr ich zu meiner großen Freude, daß Jacobi, der im Catalog keine Vorlesung angezeigt hatte, sich besonnen habe und über Mechanik lesen wolle; ich wäre, wo möglich um ihn zu hören, noch eigens ein Semester hier geblieben und es konnte mir daher nichts angenehmeres begegnen als dies“[156]. Im Abgangszeugnis der Universität wird ihm denn auch später für die Teilnahme an der Vorlesung von Jacobi ein „sehr fleißig“ bescheinigt[157].
Eine „axiomatische“ Grundlegung der Mechanik kommt auch für Riemann nicht in Frage. In einem frühen, vermutlich um 1850 entstandenen Fragment zur Naturphilosophie greift er zwar nicht Jacobis „unzeitgemäßen“ Begriff der Konvention auf, nimmt aber ganz in dessen Sinne zu Newtons „axiomata sive leges motus“ Stellung: „Die Unterscheidung, welche Newton zwischen Bewegungsgesetzen oder Axiomen und Hypothesen macht, scheint mir nicht haltbar. Das Trägheitsgesetz ist die Hypothese: Wenn ein materieller Punkt allein in der Welt vorhanden wäre und sich im Raume mit einer bestimmten Geschwindigkeit bewegte, so würde er diese Geschwindigkeit beständig behalten“[158]. Wie es in den Grundlagen der Mechanik für Riemann keine „induktiv“ gewonnene Sicherheit geben kann, hält er auf der anderen Seite auch eine Deduktion aus „Vernunftgründen“ für verfehlt[159]. Als Hypothesen

[154]Scheibner 1853, 31. Wie der „späte“ Jacobi, betont auch Scheibner, daß die Mathematik selber zunächst keinen Realitätsbezug hat. In seiner Hallenser Dissertation *Über die Variabilität der Funktionen* aus dem Jahre 1848 schreibt er (S. 1): „... die Mathematik hat es eigentlich nicht mit den Dingen in der Wirklichkeit zu tun, sondern sie construiert sich ihre Objecte aus dieser einfachen Qualität der Größe selbst“ (Universitätsarchiv Halle, Personalakte W. Scheibner). Herrn Dr. R. Thiele (Leipzig) dankt der Herausgeber herzlich für die Mitteilung dieses Auszuges.
[155]S. zu Riemanns Leben und Werk die biographische Skizze von R. Dedekind (Riemann *Werke*, 571-590).
[156]Brief vom 29. Nov. 1847 (Neuenschwander 1981, 95f.).
[157]S. unten, Bildtafel V und VI.
[158]Riemann *Werke*, 557.
[159]„Dieses Bewegungsgesetz kann nicht aus dem Princip des zureichenden Grundes er-

können mechanische Grundgesetzte keine Sicherheit beanspruchen, sind als grundsätzlich revidierbar aufzufassen[160].
Der Riemann-Nachlaß enthält desweiteren verschiedene Rechnungen und Vorlesungsaufzeichnungen zur Analytischen Mechanik, in denen Jacobis Vorlesung „nachwirkt". Hier ist neben der Handhabung des Prinzips der virtuellen Geschwindigkeiten auch auf die Jacobische, d.h. „zeitfreie" Formulierung des Prinzips der kleinsten Wirkung hinzuweisen[161]. In Riemanns späteren Bemühungen, mit Hilfe des Potentialkonzepts und geeignet verallgemeinerter Variationsprinzipien zu einer allgemeinen Darstellung der elektrodynamischen Wechselwirkung zu gelangen, wird man in Methode und Zielsetzung eine weitere Übereinstimmung mit Jacobi feststellen dürfen[162].

Zuletzt sei hier auf einen Mathematiker hingewiesen, der nie bei Jacobi studierte, aber von dessen *Analytischer Mechanik* wohl am nachhaltigsten beeinflußt wurde: C. Neumann[163]. Neumann wechselt 1868 von Tübingen nach Leipzig, wo er die Vorlesungsmitschrift seines neuen Kollegen Scheibner „aus erster Hand" kennenlernt. Bereits im folgenden Jahr erwähnt er Jacobis *Analytische Mechanik* in einem Artikel *Ueber den Satz der virtuellen Verrückungen* und vergleicht sie folgendermaßen mit der Königsberger *Dynamik*[164]:

> Während jene *Königsberger* Vorlesung fast ausschließlich nur die Darlegung und Vervollkommnung der in der Mechanik anzuwendenden *analy-*

klärt werden", bemerkt er zum Trägheitsprinzip und dem bis ins 19. Jahrhundert hinein verbreiteten Versuch, es in dieser „rationalistischen" Manier begründen zu wollen (ebd., 564).

[160] Und als revisionsbedürftig, wie sich hinzufügen läßt: Riemann ist nicht nur der Auffassung, daß „in Bezug auf die Begriffe, welche man in der Physik der Naturerklärung zu Grunde legt" seit „Newton kein neuer Fortschritt gemacht" worden sei (Riemann 1880, 2), sondern will in einem (von 1853 stammenden) Fragment mit dem Titel *Neue mathematische Principien der Naturphilosophie* auch „jenseits der von Galiläi [sic] und Newton gelegten Grundlagen" zu neuen Grundgesetzen kommen (*Werke*, 560).

[161] Nachlaß Riemann, insbes. M. 19, Bl. 155f. und 170f.; M. 22, Bl. 1f., Bl. 49-51; M. 45, Bl. 1-3 und Bl. 29f..

[162] S. Riemann 1880, §§ 36-43 und 99; vgl. auch Riemann 1882, §§ 81-86. Der (zweifellos) größere Einfluß Dirichlets auf Riemann wird bereits vom Herausgeber beider Vorlesungen, K. Hattendorff, unterstrichen (ebd., V bzw. VI).

[163] Carl Neumann, Sohn von Jacobis Königsberger Kollegen Franz Ernst Neumann, wurde 1832 in Königsberg geboren. Er studierte in seiner Vaterstadt, promovierte 1855 in Halle und habilitierte sich dort 1858. Er ging 1864 als Professor nach Basel und im folgenden Jahr nach Tübingen. Von 1868 bis 1911 lehrte er in Leipzig, wo er 1925 starb. Neumanns Hauptarbeitsgebiet war die Potentialtheorie; als Gründer und langjähriger Herausgeber der *Mathematischen Annalen* war er auch wissenschaftsorganisatorisch einflußreich. Zu Leben und Werk s. den Nachruf Hölder 1925.

[164] Neumann 1869, 257 (Anm.).

tischen Methoden zu ihrem Gegenstande hat, zeichnet sich die genannte *Berliner* Vorlesung aus durch eine Kritik der *Fundamente der Mechanik*, wie sie in solcher Schärfe wohl bis zum heutigen Tag noch niemals zur öffentlichen Aussprache gelangt sein dürfte.

Neumann teilt Jacobis Kritik an Lagranges Beweisversuchen des Prinzips der virtuellen Geschwindigkeiten. Seine Behandlung von Bewegungen unter Zwangsbedingungen vermeidet die (von Jacobi bei Lagrange konstatierte) „Heterogenität" der Wirkung absolut starrer Gebilde, auf denen sich diese Bewegungen nach Lagrange vollziehen, einerseits und äußerer physikalischer Kraftwirkungen andererseits, indem er die Zwangsbedingungen durch geeignet gewählte Potentiale darstellt[165]. Neumanns großes Interesse an Jacobis diesbezüglichen Ausführungen, aber auch an den (oben zitierten) allgemeineren Bemerkungen zu den Prinzipien der Mechanik dokumentiert eine von ihm angefertigte, in seinem Nachlaß aufbewahrte Teilabschrift des ersten Drittels des Scheibnerschen Heftes[166].

Im November 1869 hält Neumann in Leipzig seine - in der späteren Grundlagendiskussion zur Mechanik zu einiger Berühmtheit gelangte - Antrittsvorlesung *Ueber die Principien der Galilei-Newton'schen Theorie*[167]. Während der erste Teil seines Vortrages weitgehend inhaltsgleich mit seiner Tübinger Antrittsvorlesung von 1865 ist[168], macht er im zweiten Teil die ma-

[165] Vgl. Teil 2, Zitat 97. Als Gradienten der eingeführten Potentiale ergeben sich bei Neumanns Ansatz „fingirte Kräfte", die die starren Verbindungen ersetzen. Diese müssen „das Punctsystem von einer Überschreitung des durch die Bedingungen vorgeschriebenen Spielraums abzuhalten im Stande, und gleichzeitig von solcher Beschaffenheit sein, dass sie einer Bewegung innerhalb dieses Spielraums keinerlei Widerstand entgegensetzen" (Neumann 1869, 259). Vgl. hierzu auch S. 86, Anm. 133.

[166] Nachlaß Carl Neumann, Cod. Ms. 52; vgl. unten, Bildtafel IV. Scheibners Vorlesungsheft (s. Teil 2, Anm. 88) weist im Deckel und am Rande einige Notizen von Neumanns Hand und Markierungen auf, die von der Abschrift herrühren.

[167] Neumann 1870. Die Vorlesung löste eine Diskussion über Newtons absoluten Raum und die Gültigkeit der mechanischen Prinzipien aus, die bis zum Ende des Jahrhunderts (und damit bis zum Ende der klassischen Mechanik) nicht mehr verstummte. Eine detailliertere Darstellung der Vorgeschichte und des Inhalts der Antrittsvorlesung, als sie im Rahmen dieser Einleitung gegeben werden kann, ist unter dem Titel *Carl Neumanns Weg zum Körper Alpha* in Vorbereitung.

[168] Die Tübinger Antrittsvorlesung deckt sich im ersten Teil fast wörtlich mit der Leipziger. So findet sich in beiden folgende Feststellung über die Physik: „Die Trägheit der Körper und die anziehende Wirkung der Erde sind bei ihr *Grundvorstellungen*, - sind bei ihr Dinge, die nicht weiter erklärbar, die völlig unbegreiflich sind" (Neumann 1865, 14 bzw. 1870, 10). Da es die Aufgabe der Physik ist, „alle Erscheinungen ... auf möglichst wenige unbegreiflich bleibende Dinge zurückzuführen" (ebd., 17), manifestiere sich hier eine Überlegenheit der Mechanik gegenüber anderen Bereichen der mathematischen Physik, da die Mechanik mit zwei „Grundvorstellungen" (Trägheit und Anziehung) auskomme. Neumann betont zwar in der Tübinger Rede die Unbegreiflichkeit dieser „Grundvorstellungen", führt

thematischen Prinzipien der Mechanik, vor allem das Trägheitsprinzip, zum Problem. Wie Riemann, übernimmt auch Neumann nicht Jacobis Konventionsbegriff. Er spricht stattdessen - und weniger glücklich - von „willkührlichen Hypothesen", von freien Schöpfungen der Mathematik, die an die Natur herangetragen werden[169]. Es geht, wie Neumann ganz allgemein zum „*Wesen mathematisch-physikalischer Theorien*" bemerkt, um „... subjective, aus uns selber entsprungene Gestaltungen, welche (von willkührlich zu wählenden Principien aus, in streng mathematischer Weise entwickelt) ein möglichst treues Bild der Erscheinungen zu liefern bestimmt sind"[170]. Die Bewährung im Empirischen kann nie zu dem Nachweis führen, „dass *diese* Principien die *einzig möglichen* sind, dass neben *dieser* Theorie keine *zweite* denkbar ist, welche den Erscheinungen entspricht"; von einer „objectiven Wirklichkeit oder wenigstens allgemeinen Notwendigkeit" dieser Prinzipien könne daher keine Rede sein[171]. Die Grundsätze der Mechanik behalten stets etwas „Willkührliches" und „Bewegliches"; man muß sich vergegenwärtigen, „dass jene Principien bis zum heutigen Tag sich am Besten bewährt haben; nicht aber, dass sie für alle Ewigkeiten feststehen; und noch viel weniger, dass sie (gleich einem Satz der Logik oder Mathematik) durch sich selber die Bürgschaft unangreifbarer Festigkeit, die Bürgschaft unumstösslicher Wahrheiten darbieten"[172]. Beinahe „Popperianisch" mutet denn auch an, wenn er feststellt, „dass bei jenen Principien oder Hypothesen ... von einer Richtigkeit oder Unrichtigkeit, von einer Wahrscheinlichkeit oder Unwahrscheinlichkeit gar nicht die Rede sein kann"[173]. Neumann betont wie Jacobi, daß nur den

sie jedoch nicht darauf zurück, daß es sich bei den entsprechenden mechanischen Gesetzen um *mathematische Setzungen* handelt, um subjektive Schöpfungen, die zunächst nichts über die Natur aussagen, sondern sich nur (gemeinsam) in ihren deduktiven Folgerungen empirisch bewähren, dadurch aber keine objektive Wahrheit erreichen können. Hierin liegt der neue Gedanke Neumanns (und der „alte" Gedanke Jacobis), der die Leipziger Antrittsrede von der Tübinger unterscheidet.

[169] Neumann 1870, 12. Deutlicher als im eigentlichen Vortrag wird in einer Anmerkung zum Schluß, daß der „willkürliche" Charakter der Prinzipien der mathematischen Physik für ihn gerade ein Ergebnis der mathematischen Forschung *selber* ist. Die Aufgabe, Variation oder Verallgemeinerung „a priori unnöthiger Beschränkungen" macht klar, „wie ausserordentlich gross der Spielraum ist für die willkürlich zu wählenden Principien" (ebd., 31), und die von ihm angeführten Beispiele sollen zeigen, „dass das Gebiet abstracter Untersuchungen, welche sich hier dem Mathematiker darbieten, ein unendliches ist" (ebd., 32). Dies ist genau die „Jacobische" Perspektive (vgl. Teil 3).

[170] Ebd., 22.

[171] Ebd., 23.

[172] Ebd., 13 und 22f..

[173] Ebd., 12. Hier geht er über Jacobi hinaus, der den Prinzipien der Mechanik immerhin bescheinigt, daß sie „probabel" seien; s. Teil 3, Anm. 145. Bei Popper heißt es ganz ähnlich wie bei Neumann: „Unsere Wissenschaft ist kein System von gesicherten Sätzen ... . Unsere Wissenschaft ist kein Wissen [epistéme]: weder Wahrheit noch Wahrscheinlichkeit kann sie

„Sätzen der Logik oder Mathematik“ eine *„unumstössliche Sicherheit“* und *„unangreifbare Wahrheit“* zuzugestehen sei, und daß diese nicht auf die mathematische Physik übertragen werden kann: „Aus derartigen rein formalen Sätzen eine physikalische Theorie deduciren zu wollen, würde aber ein Ding der Unmöglichkeit sein“[174]. Der „späte“ Jacobi hätte denn sicherlich auch Neumanns folgende Bestimmung der Mechanik voll unterschrieben: [175]

> Die Aufgabe der Mechanik kann also niemals darin bestehen, die im Universum stattfindenden Bewegungen direct auf *mathematische Nothwendigkeit* zurückzuführen, sondern immer nur darin, jene Bewegungen mit mathematischer Consequenz aus irgend welchen Hypothesen abzuleiten, die alsdann ihrerseits als *unerklärlich, unbegreiflich*, als *willkürlich* zu bezeichnen sind.

Mit diesem Verständnis von Mechanik und ihren Prinzipien wendet sich Neumann seiner Analyse des Trägheitsprinzips zu, das ihm in den geläufigen Formulierungen „vollständig unverständlich“ ist[176]. Geht er später mit seiner Kritik des absoluten Raumes und der Einführung eines „Körper Alpha“ als Bezugssystem über Jacobis Zirkularitätsargument weit hinaus, so ist doch die *Perspektive* seiner Analyse die gleiche wie bei Jacobi: die des Mathematikers, der zwischen logisch-mathematischen Sätzen und empirischen Aussagen scharf trennt. Da der mathematische Kalkül keine Bevorzugung von „Geradlinigkeit“ und „Gleichförmigkeit“ gegenüber anderen Bewegungsformen *kennt* und keine (vermeintliche) empirische Anschaulichkeit dieser Eigenschaften *anerkennt*, geht der Blick auf die logische Struktur des Trägheitsprinzips und führt Neumann zu jener weitreichenden Kritik am absoluten Raum und am Aufbau der klassischen, „Newtonschen“ Mechanik, die in der hellsichtigen Vermutung mündet: „... ebenso ist es wohl auch kein Ding der absoluten Unmöglichkeit, dass die Galilei-Newton'sche Theorie dereinst durch eine andere Theorie, durch ein anderes Bild verdrängt, und jener Körper Alpha überflüssig gemacht wird“[177].

Neumanns Kritik der „Newtonschen“ Mechanik liegt zeitlich früher als diejenige Ernst Machs[178] und hat, wie skizziert, ihre eigenen „Wurzeln“.

erreichen“ (Popper 1982, 223). Die obige Einschränkung „beinahe“ ist dennoch angebracht: „Wahrheitsähnlichkeit“ im Sinne Poppers ist Neumanns Ansatz fremd.

[174] Neumann 1870, 12.

[175] Neumann 1887/1888 I, 154. Dieser Bestimmung in den *Grundzügen der analytischen Mechanik* gehen direkt Ausführungen Neumanns voraus, die er aus der Leipziger Antrittsvorlesung übernimmt.

[176] Neumann 1870, 14.

[177] Ebd., 22.

[178] Mach selber geht in einer Note zum zweiten Abdruck seines Buches *Die Geschichte und die Wurzel des Satzes von der Erhaltung der Arbeit* von 1872 auf die „frühe“ Kritik

Machs Phänomenalismus und seine Entstehungsbedingungen sind vielfach untersucht worden. Ebenso ist die Grundlagendiskussion der Geometrie, die auf die Mechanik einen starken Einfluß genommen hat, wissenschaftshistorisch und -theoretisch breit aufgearbeitet worden. Es scheint aber, daß der *Praxis der mathematischen Physik* bei der Analyse des wissenschaftstheoretischen Wandels der klassischen Mechanik bisher zu wenig Aufmerksamkeit geschenkt wurde und immer noch wird. Neben anderen Motiven, an denen es bei einer Beschäftigung mit Jacobi, „diesem eigenartigen Geist“[179], nicht mangelt, mag man hierin *einen* Beweggrund für die Veröffentlichung der *Analytischen Mechanik* sehen. Um am Ende dieser Einleitung eine Bemerkung C. Neumanns aufzugreifen, die am Anfang dieses Editionsvorhabens stand: Es ist nun jedenfalls *nicht* mehr zu bedauern, daß Jacobis „im Wintersemester 1847/48 in Berlin gehaltene Vorlesung ... bis jetzt leider nicht gedruckt ist“[180].

---

des Trägheitsgesetzes ein - ein Gesetz, das seit Newton „die Würde und Unantastbarkeit eines päbstlichen Ausspruchs“ habe (Mach 1909, 47). Er betont, daß er auf die „grosse Unbestimmtheit“ diese Gesetzes bereits in seinem „Collegium, ‚über einige Hauptfragen der Physik‘ im Sommer 1868 aufmerksam gemacht“ habe, setzt aber dann mit Blick auf Neumanns Antrittsvorlesung hinzu: „Nun hat kürzlich *C. Neumann* dieses Thema zur Sprache gebracht und genau dieselben Unbestimmtheiten, Schwierigkeiten und Paradoxen in dem Gesetze gefunden. So sehr es mir nun einerseits leid gethan hat in dieser wichtigen Sache die Priorität verloren zu haben, so hat mich doch dies haarscharfe Zusammentreffen mit einem so namhaften Mathematiker sehr gefreut und hat mich für den Hohn und die Begriffstützigkeit, welche mir die Physiker ... fast ohne Ausnahme entgegenbrachten, reichlich entschädigt“ (ebd., 47). Zweifelos sind Neumanns und Machs Kritik unabhängig voneinander entstanden, wobei - wie eine ausführliche Untersuchung zeigen wird - Neumanns Analyse eher wissenschaftstheoretisch, Machs eher erkenntnistheoretisch motiviert ist.

[179] Klein 1926/1927 I, 207.

[180] Neumann 1908a, 81f..