HISTORISCHES WÖRTERBUCH DER PHILOSOPHIE

Herausgegeben von
Joachim Ritter† und Karlfried Gründer

Onlineversion

Gesamtwerk

Schwabe & Co. AG · Verlag · Basel/Stuttgart

Historisches Wörterbuch der Philosophie online

10.24894/HWPh.7965.0692

Joachim RitterKarlfried GründerGottfried Gabriel

Kurzbeschreibung

Das Historische Wörterbuch der Philosophie (HWPh), im Zeitraum von 1971 bis 2007 unter Mitwirkung von mehr als 1500 Fachgelehrten entstanden, ist eines der umfassendsten, bedeutendsten und auch erfolgreichsten Publikationsprojekte der jüngeren deutschsprachigen Geisteswissenschaften. Im Gegensatz zu anderen Lexika oder Enzyklopädien basiert das HWPh nicht auf einer Geschichte philosophischer Ideen oder Probleme, sondern auf der Geschichte der philosophischen Begriffe. In 12 Textbänden sowie einem abschliessenden Registerband dokumentiert das Lexikon in 17144 Spalten und rund 6000 Artikeln anhand zahlreicher präziser Belege und Stellenangaben Herkunft und Genese von insgesamt 3670 philosophischen Begriffen und beschreibt den Wandel ihrer Bedeutung und Funktion von ihrem ersten Auftreten bis heute. Das Konzept der begriffsgeschichtlichen Methode macht sowohl synchronisch Stellung und Bedeutung einzelner Begriffe in bestimmten Epochen oder bei bestimmten Philosophinnen und Philosophen als auch diachronisch deren Bedeutungsveränderungen innerhalb der abendländischen Philosophiegeschichte nachvollziehbar. Um die spezifisch philosophische Begriffsarbeit im Kontext des gesamten Wissenschaftssystems zu veranschaulichen, werden zudem auch Begriffe aus angrenzenden Fachgebieten – Theologie, Psychologie, Pädagogik, Soziologie, Geschichte und Kunstgeschichte, Politik, Jurisprudenz, Medizin sowie aus den Naturwissenschaften – behandelt. Der Text des HWPh online weist gegenüber der Druckfassung mehr als 500 Berichtigungen von Korrigenda auf.

Bibliographische Angaben

Joachim Ritter/Karlfried Gründer/Gottfried Gabriel (Hg.)
Historisches Wörterbuch der Philosophie online
Schwabe Verlag
978-3-7965-3736-3

Historisches Wörterbuch der Philosophie online

Wahrscheinlichkeit

10.24894/HWPh.5729

IV. *Neuzeit bis zur Gegenwart.* – A. *Mathematik und Wissenschaften.* – 1. Mitte des 17. Jh. kann der Beginn der modernen, mathematischen Theorie der W. angesetzt werden, weil zu dieser Zeit systematische Verwendungen von Hilfsmitteln der Kombinatorik ad-hoc-Vorschläge zur Bestimmung von Erwartungswerten (bes. beim Glücksspiel) ablösen. Sie markieren den Anfang einer Theoriebildung, in deren Verlauf eine kontinuierliche mathematische Auseinandersetzung mit dem W.-Begriff stattfindet und deren Ergebnisse zum großen Teil auch aus heutiger Sicht noch korrekt sind. Zunächst wird dabei der Terminus ‹W.› noch nicht verwendet: In der Glücksspieltheorie oder der Mathematik des Zufalls (s.d.), wie sie u.a. im richtungweisenden Briefwechsel zwischen B. Pascal und P. Fermat (1654) diskutiert wird [1], geht es um berechtigte Gewinnhoffnung («qu'ils avaient droit d'espérer de la fortune») [2], für deren Quantifizierung die «Idee eines Geldäquivalents für Gewinnchancen» [3] leitend ist. Ch. Huygens verwendet in seiner Schrift ‹De ratiociniis in Ludo aleae› [4], die zum ersten ‘Lehrbuch’ der W.-Rechnung wird, «kans» oder «kansse» («expectatio») bzw. «gelijcke kans» («aequa expectatio») als Grundbegriffe [5], die der Bedeutung nach die berechenbare W. einschließen, aber daneben auch alltagssprachliche Konnotationen (wie etwa die der bloßen Möglichkeit) mitführen [6]. Neben der Glücksspieltheorie ist es die Statistik in der Tradition von J. Graunt, W. Petty u.a. – und dort besonders die Auseinandersetzung um die richtige Interpretation der in zunehmendem Maße festgestellten statistischen Regelmäßigkeiten bzw. Gesetzmäßigkeiten [7] –, die eine mathematische Präzisierung des W.-Begriffes befördert. So betont J. Arbuthnot bereits 1692 in seiner englischen Übersetzung von Huygens' Werk: « ... the Calculation of the Quantity of Probability might be improved to a very useful and pleasant Speculation, and applied to a great many Events which are accidental, besides those of Games; ... all the Politicks in the World are nothing else but a kind of Analysis of the Quantity of Probability in casual events» [8].

2. Zu einer spezifischen mathematischen Verwendung von ‹W.› (‹probabilitas›) gelangt am Ende des 17. Jh. Jacob Bernoulli. In Weiterführung von Huygens' Glücksspieldiskussion zieht er in seinen ‹Meditationes› um 1685/86 kombinatorische Methoden heran, um u.a. in juristischen Fragen (wie Eheverträgen) bestimmte

Erwartungswerte (wie Erbschaften) für unterschiedliche mögliche Konstellationen (wie Krankheitsentwicklungen bzw. Todesabfolgen) abschätzen zu können, wobei er die berechnete W. («probabilitas») für den einzelnen Fall als deren Anteil an einer Gewißheit («certitudo») auffaßt. So interpretiert er in seiner wohl frühesten einschlägigen Verwendung von «probabilitas» den W.-Wert 1/5 eines Familienmitgliedes, zuerst zu sterben, in dem Sinne, daß hier 5 W.en die ganze Gewißheit ausmachen («valet 1/5certitudinis mortis primae seu unam probabilitatem, quarum 5 faciunt omnimodam certitudinem») [9]. Den Plural («probabilitates») gebraucht Bernoulli offenbar durchgehend in solchen Kontexten, in denen er eine Gleichmöglichkeit der verschiedenen Fälle voraussetzt [10]. In der unvollendet gebliebenen und postum veröffentlichten ‹Ars conjectandi› macht Bernoulli dann ausgedehnten Gebrauch vom Terminus ‹W.›, wobei er über die Glücksspieltheorie, aber auch über die Statistik hinausgeht und letztlich mit mathematischen Mitteln ein allgemeines philosophisches Programm voranzubringen sucht: «Irgend ein Ding vermuthen heißt soviel als seine W. (probabilitatem) messen. Deshalb bezeichnen wir als Vermuthungs- oder Muthmassungskunst (Ars conjectandi sive Stochastice) die Kunst, so genau als möglich die W.en (probabilitates) der Dinge zu messen und zwar zu dem Zwecke, daß wir bei unseren Urtheilen und Handlungen stets das auswählen und befolgen können, was uns besser, trefflicher, sicherer oder rathsamer erscheint. Darin allein beruht die ganze Weisheit des Philosophen und die ganze Klugheit des Staatsmannes» [11]. W. bestimmt er ganz allgemein als Grad der Gewißheit; sie verhält sich zu jener wie ein Teil zum Ganzen («Probabilitas enim est gradus certitudinis, & ab hac differt ut pars à toto») [12]. Abweichend vom gewöhnlichen Sprachgebrauch, bei dem das Prädikat ‹wahrscheinlich› nur dann angewandt wird, wenn die «W. merklich größer als die Hälfte der Gewißheit» ist, ist das komparative Prädikat ‹wahrscheinlicher› schon anwendbar, wenn Etwas einen «größeren Theil der Gewißheit» als etwas Anderes besitzt [13]. Bernoulli expliziert (wenn auch nicht definitorisch, so doch in Gestalt von Beispielen) den klassischen W.-Begriff, indem er die W. mathematisch als Verhältnis der Anzahl der günstigen zur Anzahl möglicher Fälle bestimmt [14]; die günstigen Fälle nennt er «foecunda sive fertilia», die ungünstigen «infoecunda sive sterilia» [15]. Mit Hilfe seiner Verhältnisbestimmung der W. versucht er u.a., eine Präzisierung der traditionellen Terminologie zu erzielen, indem er Begriffen wie «zweifelhaft» («dubium»), «möglich» («possibile»), «moralisch gewiß» bzw. «moralisch unmöglich» («moraliter certum», «moraliter impossibile») jeweils W.-Grade bzw. W.-Bereiche zwischen 0 und 1 zuordnet [16]. Auf einer anderen, für den W.-Begriff selber konstitutiven Ebene liegen die Begriffe «notwendig» («necessarium») und «zufällig» («contingens»), denn sie bezeichnen eine vollständige bzw. unvollständige Kenntnis der Ursachen, die ein bestimmtes Ereignis herbeiführen: Das Ergebnis beim Würfeln etwa ist uns nur deshalb im Augenblick des Wurfes nicht mit völliger Gewißheit bekannt, weil wir nicht über alle Informationen zur Lage und Geschwindigkeit des Würfels verfügen [17]. Insofern ist die hier anzutreffende W. auch als eine nur «subjektive» Gewißheit («subjectivé in ordine ad nos») anzusprechen, wenngleich sie keineswegs beliebig und mathematisch sogar genau bestimmbar ist [18]. Erkenntnistheoretisch wichtig und einflußreich für die weitere Diskussion ist in diesem Zusammenhang die bei Bernoulli bereits früh [19] nachweisbare Differenzierung zwischen zwei verschiedenen Methoden, die Anzahl der überhaupt möglichen Fälle bei einer W.-Berechnung zu ermitteln: Neben dem Weg «a priori» (etwa durch Auszählen gleichartiger Möglichkeiten beim Würfelspiel) führt er mit Blick auf alltägliche Schätzungspraxen – aber auch auf die ‹Logik von Port Royal› [20], deren Titel er ja mit seiner ‹Ars conjectandi› variiert – einen Weg «a posteriori» an, nämlich die «empirische Art, die Zahl der Fälle durch Beobachtungen zu bestimmen» (etwa beim Urnenmodell) [21]. Diese Unterscheidung wird im 18. Jh. geläufig und führt auch (vgl. unten: 3.) in der Mathematik zu der abkürzenden Redeweise von «W. a priori» und «W. a posteriori» [22]. Entscheidend ist hier Bernoullis Einsicht, daß die empirische Ermittlung einer W. durch «Vermehrung der Beobachtungen» immer genauer gemacht und so der apriorischen W. angenähert werden kann; er kleidet sie zunächst in die Vermutung, «dass die Zahl der günstigen zu der Zahl der ungünstigen Beobachtungen das wahre Verhältniss erreicht, und zwar in dem Maasse, dass diese W. schliesslich jeden beliebigen Grad der Gewissheit übertrifft» [23]. Bernoulli liefert hierfür aber auch eine mathematische Präzisierung [24] und einen Beweis [25]; seit S. D. Poisson wird sein Satz in der W.-Theorie als das (schwache) «Gesetz der großen Zahl» bezeichnet [26]. Bernoulli interpretiert dieses wohl wichtigste seiner Ergebnisse erkenntnistheoretisch dahingehend, daß am Ende nur die (nicht zuletzt zeitlich) beschränkte Erkenntnisfähigkeit des Menschen verhindere, daß «W. in volle Gewissheit» übergeht, und appelliert an eine «gewisse Nothwendigkeit, und sozusagen ein Fatum», das allen scheinbaren Zufälligkeiten zugrunde liege [27]. Seine Synthese von kombinatorischer Glücksspieltheorie und empirisch-praktischer Statistik wie auch sein Anspruch, diese auf den ganzen Bereich «bürgerlicher, sittlicher und wirtschaftlicher Verhältnisse» («usum & applicationem praecedentis Doctrinae in Civilibus, Moralibus & Oeconomicis») [28] anwenden zu können, wurden – ungeachtet der Kritik von G. W. Leibniz[29] und anderen [30] – richtungweisend für die weitere Entwicklung der W.-Rechnung.

Beinahe gleichzeitig mit der Veröffentlichung der ‹Ars conjectandi› und z.T. beeinflußt von Bernoullis bereits früher bekanntgewordenen Ideen erscheinen weitere Abhandlungen zur W.-Theorie [31], von denen A. de Moivres ‹Doctrine of Chances› [32] insofern von besonderem Interesse ist, als hier durch Explizierung bislang stillschweigend benutzter Annahmen erstmals eine allgemeine Definition des klassischen W.-Begriffs – der oft erst P.-S. de Laplace zugeschrieben wird – auftritt: «1. The Probability of an Event is greater or less, according to the number of Chances by which it may happen, compared with the whole number of Chances by which it may either happen or fail. 2. Wherefore, if we constitute a Fraction whereof the Numerator be the number of Chances whereby an Event may happen, and the Denominator the number of all the Chances whereby it may happen or fail, that Fraction will be a proper designation of the Probability of happening» [33]. Diese Bestimmung impliziert eine von de Moivre klar ausgesprochene Normierung der W. (die Summe der W. für das Eintreten und das Nichteintreten eines Ereignisses ist immer gleich 1) [34]. Des weiteren unterscheidet er erstmals allgemein zwischen voneinander abhängigen und unabhängigen Ereignissen [35] und formuliert – in Anknüpfung an eine ältere Arbeit [36] – für letztere den (heute sog.) speziellen Produktsatz [37]. Auch führt er der Sache nach das Konzept der bedingten W. in die Diskussion ein («the Probability of the happening ... is to be determined from the supposition of the first having happened») [38]. Sind auch für de Moivre statistische Regelmäßigkeiten als objektive Naturgegebenheiten anzusehen, und ist somit die Ermittlung einer W. für das Eintreten eines Ereignisses als Verhältnisbestimmung eine Angelegenheit gewöhnlicher Forschung («as proper a subject of Investigation as any other quantity or Ratio can be»), so vertritt er doch mit Arbuthnot[39] die Auffassung, daß die Frage nach der ersten Ursache dieses Verhältnisses auf eine göttliche Vorsehung zurückführen muß: Der Zufall («chance») könne von einem atheistischen Standpunkt weder definiert noch verstanden werden («neither be defined nor understood») [40].

Th. Bayes erweitert de Moivres Typisierung von Ereignissen um «unvereinbare», bei denen «das Eintreten eines von ihnen das Eintreten der übrigen ausschließt» [41], und formuliert hierfür den heute sog. speziellen Additionssatz [42]. W. («probability») und Chance («chance») setzt er gleich [43], wobei er W. nicht als Verhältnis günstiger Fälle zu möglichen Fällen, sondern – den älteren Ansatz von Huygens wieder aufnehmend – allgemein als Verhältnis eines (mathematischen) Erwartungswertes für das Eintreten eines gewissen Ereignisses zu der Gewinnerwartung definiert (vielleicht, um so auf die Voraussetzung gleich möglicher Fälle verzichten zu können) [44]. Vor allem aber kehrt Bayes erstmals systematisch die Problemstellung zwischen empirischer Häufigkeit und W.-Bestimmung um: «Gegeben die Anzahl Male, die ein unbekanntes Ereignis eingetreten und ausgeblieben ist. Gesucht die Chance, daß die W. seines Eintretens bei einem einzelnen Versuch irgendwo zwischen zwei angebbaren Graden von W. liegt» [45]. Um zu seinem Hauptergebnis zu kommen, formuliert Bayes zunächst eine Rechenvorschrift für bedingte W., um dann das später nach ihm benannte Theorem zu beweisen [46], in dem sich eine subjektive epistemische W. über Hypothesen mit einer 'zufallsgenerierten' objektiven Eintritt-W. verbindet – typisch für die dem klassischen W.-Begriff inhärente 'Parallelität' der Entwicklung subjektiver Überzeugungen und objektiver Belege. Bereits Bayes' Herausgeber R. Price würdigt die Bedeutung seiner Arbeit für die «experimental philosophy» und das «inductive reasoning» [47]. Die von Bayes inaugurierte Untersuchung der sog. inversen W. («inverse probability») – eine Bezeichnung, die offenbar erst 1838 von A. de Morgan in Abgrenzung zur gewöhnlichen bzw. direkten W. («direct probability») geprägt wurde [48] – entwickelt sich bis zum 20. Jh. [49]zu einem der wichtigsten Teile der angewandten Statistik [50] wie auch der Theorie des statistischen Schließens [51]. Sie blieb aber im 18. Jh. zunächst unbekannt – so offenbar [52] auch P.-S. de Laplace[53], der bereits 1774 eine eigene Untersuchung über inverse W.en («déterminer la probabilité des causes par les événements») durchführte [54]; M.-J.-A. de Condorcet sah darin den für den Philosophen einzig würdigen Teil der W.-Rechnung [55]. Später formuliert Laplace das 'Bayessche Theorem' als erster in allgemeiner Form (für *n* paarweise sich ausschließende Ereignisse) [56]. Unter Rückgriff auf Jacob Bernoullis Urnenmodell macht er klar, daß die gewöhnliche W.-Bestimmung von bekannten Ursachen (Umständen) auf Wirkungen (Ereignisse) schließt, während der neue Zugang von den bekannten Wirkungen auf deren Ursachen geht [57]. In beiden Fällen kommt der Begriff der W. notwendig aufgrunddes Mangels oder der Unsicherheit des verfügbaren menschlichen Wissens ins Spiel, nur ist dieser oder diese jeweils anders gelagert («L'incertitude des connaissances humaines porte sur les événements ou sur les causes des événements») [58]. Laplace folgt also auch Bernoullis subjektivistischem W.-Verständnis und vertritt einen – in der Gestalt des (später so genannten) 'Laplaceschen Dämons' bekanntgewordenen [59] – Determinismus, demzufolge der Zufall (wie schon bei D. Hume) keinerlei objektive Realität hat [60], sondern immer Ausdruck eines subjektiven Wissensdefizites ist, das im Begriff der W. zum Ausdruck kommt («La notion de probabilité tient a cette ignorance») [61]. In seinem wahrscheinlichkeitstheoretischen Hauptwerk ‹Théorie analytique des probabilités› [62] bringt Laplace die Ausbildung des klassischen W.-Begriffes zu einem gewissen Abschluß; insbesondere das Vorwort zu diesem monumentalen Werk, der ‹Essai philosophique sur les probabilités› [63], ist als die nach der ‹Ars conjectandi› einflußreichste Formulierung des probabilistischen

Programms im 18. und 19. Jh. anzusehen. Von den zehn dort formulierten allgemeinen Prinzipien der W.-Rechnung [64] enthält das erste die klassische Definition der W. («la probabilité ... est le rapport du nombre des cas favorables à celui de tous les cas possibles»), während das zweite besagt, daß hierbei die verschiedenen Fälle als gleich möglich vorausgesetzt werden müssen («Mais cela suppose les divers cas également possibles») [65]. Sind zunächst keine gleich möglichen Fälle gegeben, so müssen sie bis zu gleich möglichen zerlegtwerden [66]. Die Theorie des Zufalls – wohl eine Übersetzung von de Moivres «Theory of Chances» [67] – ermittelt somit W.en durch Zurückführung aller Ereignisse auf gleich mögliche, über deren Existenz man in gleicher Weise unschlüssig ist («La théorie des hasards consiste à reduire tous les événements ... à un certain nombre des cas également possibles, c'est-à-dire tels que nous soyons également indécis») [68]. J. von Kries spricht hier später vom «Princip des mangelnden Grundes» [69] und J. M. Keynes vom «Principle of Indifference» [70]. Wenngleich Laplace mit diesem Prinzip wie auch mit dem ersten (d.h. der klassischen Definition von ‹W.›) Grundsätze der kontinental-philosophischen Tradition seit Ch. Wolff (vgl. unten: IV. B.) artikuliert, werden beide doch erst durch seine Autorität zum Gemeingut auch der Mathematiker. Die große Ausdehnung der W.-Theorie innerhalb der Mathematik wie auch in ihren Anwendungen in anderen Wissenschaften (vgl. unten: 3.) verdankt sich nicht zuletzt seiner überaus erfolgreichen Weiterführung des bes. von de Moivre und J. L. Lagrange entwickelten analytischen Zugangs, der es u.a. ermöglichte, die Theorie der Differentialgleichungen für die W.-Theorie nutzbar zu machen [71]. Hierauf rekurriert Laplace, wenn er seine W.-Theorie nicht nur als den auf die Analysis zurückgeführten gesunden Menschenverstand bezeichnet («la théorie des probabilités n'est, au fond, que le bon sens réduit au calcul»), sondern auch mit Blick auf deren Anwendungsbreite feststellt, daß es keine für den Menschen würdigere und verbreitenswertere Wissenschaft gebe (« ... qu'il n'est point de science plus digne de nos méditations et qu'il soit plus utile de faire entrer dans le système de l'instruction publique») [72].

Gleichwohl blieb der bes. von Jacob Bernoulli, de Moivre und Laplace ausgearbeitete klassische Begriff der W. auch in der Mathematik nicht ohne Widerspruch. Bereits 1733 trägt G. F. Buffon vor der Pariser Akademie über das (später so genannte) ‘Buffonsche Nadelproblem’ vor, mit dem er zeigt, daß die klassische Definition der W. als das Anzahlverhältnis der günstigen zu den möglichen Fällen unzureichend ist, sobald Probleme mit überabzählbar vielen Ereignissen behandelt werden; später wird in bezug auf sie der Terminus ‘geometrische W.’ geläufig. Seine Kritik wird erst 1777 veröffentlicht [73], hat aber verschiedene ältere Vorläufer [74]. J. le R. d'Alembert attackiert verschiedentlich die Ergebnisse und Methoden der W.-Theorie. So greift er das zu seiner Zeit längst bekannte und einflußreiche ‘St. Petersburger Problem’ [75] auf, um zu zeigen, daß die Mathematik letztlich nicht einmal bei Spielsituationen zu einer Quantifizierung und Ordnung aller für einen Erwartungswert relevanten Einflußgrößen in der Lage sei («Mais toutes ces considérations étant presque impossibles à soumettre au calcul à cause de la diversité des circonstances») [76]. Dem Konzept der ‘Gleichmöglichkeit’ setzt er den Möglichkeitsbegriff des unverdorbenen Verstandes («cet homme sensé»), der sich an den empirischen Gegebenheiten orientiert, entgegen [77]. D'Alembert gehört auch zu den wenigen Mathematikern des 18. Jh., die gegenüber der Anwendbarkeit der W.-Theorie gerade auf die Sphäre des menschlichen Handelns kritisch bleiben [78]. Die Probleme d'Alemberts mit der W.-Rechnung, besonders mit einem korrekten Verständnis des Gesetzes der großen Zahl, beginnen sich erst aufzulösen, als man im 19. Jh. (vgl. unten: 4.) konsequent eine subjektiv-epistemologische und eine objektiv-statistische Lesart des W.-Begriffes zu unterscheiden lernt [79].

3. Die *frühen Anwendungen* des mathematischen W.-Begriffes auf Fragen der Juristik durch Jacob [80] und Nicholas Bernoulli [81], aber auch Anwendungen auf Gesundheitsfragen – etwa durch Daniel Bernoulli [82] – belegen die ‘genetische’ Verbindung von W.-Rechnung und Statistik. Daneben kommt es jedoch auch zu Anwendungen in anderen, entfernteren Wissenschaftsbereichen: So war offenbar P.-L. M. de Maupertuis – lange vor G. Mendel (vgl. unten: 5.) – 1752 der erste, der im Rahmen seiner Theorie der Epigenesis (s.d.) die mathematische W. nutzte, um für die Vererblichkeit gewisser dominanter Eigenschaften zu argumentieren: Durch Berechnung von W.en für die Koinzidenz unabhängiger Ereignisse zeigt er, daß die Erblichkeitshypothese gegenüber der Annahme, daß ein bestimmtes Merkmal (wie eine Mißbildung) ganz zufällig («comme un effet du pur hasard») von Generation zu Generation auftritt, erdrückende W.en auf ihrer Seite hat («nombres si grands que la certitude des choses les mieux démontrées en Physique n'approche pas de ces probabilités») [83]. Im gleichen Jahr 1752 erscheint auch D. Bernoullis Antwort auf eine Preisfrage der Pariser Akademie von 1733 und 1734 nach der Ursache der (nur leichten) Neigung der Planetenumlaufebenen gegeneinander [84]. Bernoulli weist zunächst glücksspieltheoretisch nach, indem er gleichsam «Planetenellipsen wie Münzen in den planetarischen Raum wirft» [85], daß die W. für das Eintreten der beobachtbaren (fast gleichen) Bahnneigungen einer moralischen Unmöglichkeit («impossibilité morale») gleichkommt, d.h., nahezu Null beträgt [86]. Er schließt aber daraus – anders als es die Tradition der Physikotheologie (s.d.) nach I. Newton [87] will – nicht auf eine göttliche Einrichtung des Planetensystems, sondern auf eine gemeinsame physikalische Ursache, wobei er bei diesem induktiven Rückschluß

erstmals das Problem der Signifikanz der statistischen Ausgangsdaten systematisch untersucht [88]. Weitere Anwendungen des Begriffs der W. und Beispiele für die zunehmende Bedeutung induktiver W.-Schlüsse in der Astronomie liefern in dieser Zeit u.a. J. H. Lambert für die Statistik der Kometen [89] und J. Mitchell für die Statistik der Fixsterne [90]. Von besonderer Bedeutung wurde aber die Astronomie – und daneben die Geodäsie als zweites wichtiges Feld, in dem die Entwicklung der Meßtechnik Präzisionsbeobachtungen ermöglicht hatte – ab der Mitte des 18. Jh. für die Entwicklung einer mathematischen Fehlertheorie, die sich auf den Begriff der W. stützt und erst nach der Jahrhundertwende mit der 'Methode der kleinsten Quadrate' von A.-M. Legendre (1805) und C. F. Gauss (ab 1809) zur Blüte kommt [91]. Leitend sind dabei die Fragen, wie aus mehreren bzw. vielen voneinander abweichenden Beobachtungswerten über einen Sachverhalt bzw. Vorgang auf den 'wahren' bzw. (da dieser gewöhnlich gerade nicht bekannt ist) 'wahrscheinlichsten' Wert – meist angesehen und zu begründen als der arithmetische Mittelwert – geschlossen, Auskunft über die Verteilung der Beobachtungswerte in bezug auf diesen Wert erreicht und eine verläßliche Abschätzung der (absoluten und relativen) zufälligen Beobachtungsfehler erzielt werden kann. War R. Cotes wohl 1722 der erste, der diese Fragen mit dem Problem der Ermittlung einer «größtmöglichen W.» in Verbindung brachte [92], so bildet sich mit Th. Simpson[93] ab 1755 innerhalb der W.-Theorie eine kontinuierlich sich entwickelnde Fehlertheorie [94] aus, zu der u.a. Th. Mayer[95], D. Bernoulli[96], L. Euler[97], J. H. Lambert[98], R. Boscovich[99], J. L. Lagrange[100], P.-S. de Laplace[101] und eben auch A.-M. Legendre[102] sowie C. F. Gauss[103] beigetragen haben. Sie konnte zeigen, daß auch Meßwerte und Meßfehler den Grundsätzen der W.-Rechnung («par une certaine loi aux règles des combinaisons fortuites et du calcul des probabilitès») [104] unterliegen. Gauß faßt seine Untersuchungen dahingehend zusammen, daß zwar «die zufälligen Fehler als solche keinem Gesetz folgen», es jedoch die Fehlertheorie ermögliche, bei vollständiger Einsicht in die Fehlerquelle die «Grenzen und den Zusammenhang zwischen der W. der einzelnen Fehler und ihrer Grösse zu bestimmen ... auf eine ähnliche Weise, wie sich bei Glücksspielen ... die Grenzen der möglichen Gewinne und Verluste und deren relative W.en berechnen lassen» [105]. Er beansprucht weiter, daß seine «Methode der kleinsten Quadrate in ihrer neuen hier gegebenen Begründung allgemein als die zweckmäßigste Combination der Beobachtungen erscheint, nicht näherungsweise, sondern nach mathematischer Schärfe, die Function für die W. der Fehler sei, welche sie wolle, und die Anzahl der Beobachtungen möge gross oder klein sein» [106]. Tatsächlich wurde die Fehlertheorie im 19. Jh. über die Anwendungsseite hinaus – insbesondere in ihrer Verbindung mit dem von Laplace 1810 vorgestellten 'zentralen

Grenzwertsatz’ [107] – auch für die weitere theoretische Ausbildung der W.-Lehre äußerst wichtig [108].

4. Innerhalb der W.-Theorie nach Laplace, dessen ‹Théorie analytique des probabilités› in Frankreich und darüber hinaus schulbildend wirkte [109], läßt sich eine Differenzierung und Problematisierung sowie schließlich eine Auflösung des klassischen W.-Begriffes feststellen. S. D. Poisson liefert die wichtigste Präzisierung des Gesetzes der großen Zahl [110], die u.a. von I. J. Bienaymé kritisch aufgenommen, dann aber von P. L. Tschebyschew konstruktiv weiterentwickelt wird [111]. Er nimmt auch – vor dem Hintergrundder zunehmenden Bedeutung der Statistik für Politik wie Juristik [112] und offenbar beeinflußt durch J. Fourier [113] – eine explizite begriffliche Unterscheidung zwischen «subjektiver W.» («probabilité») und «objektiver» bzw. «abstrakter W.» («chance») vor: «Man muß daher im Allgemeinen eine abstracte W. ... und eine individuelle, subjective, sich auf eine bestimmte Person beziehende W. ... eines ungewissen Ereignisses unterscheiden», wobei gewöhnlich der undifferenzierte Gebrauch von ‹W.› ausreiche, aber immer dann der Ausdruck «abstracte W.» angezeigt sei, wenn «die W. eines ungewissen Ereignisses an sich und unabhängig von der Kenntniss, welche wir davon haben», bezeichnet werden solle, hingegen der «bloße Ausdruck ‘W.’», wenn es um «die W. eines ungewissen Ereignisses in Beziehung auf eine gewisse Person» gehe [114]. Z.B. können Münzwürfe mit mehreren Münzen je nach physikalischer Beschaffenheit der Münzen verschiedene objektive W.en (für Kopf oder Zahl) und zugleich (bei Unkenntnis der Verschiedenheiten) gleiche subjektive W.en (etwa je ½ für Kopf und für Zahl) bei jedem Spieler aufweisen; umgekehrt haben Würfe mit nur einer Münze (ceteris paribus) zwei feste objektive W.en (für Kopf und Zahl), können aber mit verschiedenen subjektiven W.en (bei je unterschiedlichem Wissen über die eine Münze) auf seiten der Spieler einhergehen [115]. Während sich die objektiven W.en einer Münze nicht ändern können, werden die subjektiven W.en von den früheren Wurfresultaten beeinflußt [116]. Hält Poisson auch an der klassischen Bestimmung fest, daß das «Maß der W. eines ungewissen Ereignisses ... das Verhältniss der Anzahl der diesem Ereignisse günstigen Fälle zu der Anzahl aller möglichen» ist, sofern alle gleich möglich sind («dieselbe abstracte W. haben») und insofern die W. zunächst als rationale Zahl («commensurabele Größe») eingeführt wird, so macht er doch sogleich an einem geometrischen Beispiel mit unendlich vielen möglichen Ausgängen deutlich, daß sie allgemein als eine reelle Zahl («incommensurabele Größe») aufzufassen sei [117].

Poisson hält seine Begriffsdifferenzierung für ausreichend, um Unklarheiten in den Grundlagen der W.-Theorie auszuräumen. A. A. Cournot kommt wenige Jahre später und unabhängig von ihm [118] zu einer ähnlichen, wenngleich als ‘radikal’ ausgewiesenen Unterscheidung: «C'est pourtant à la langue des métaphysiciens que j'ai emprunté sans scrupule les deux épithètes d'objective et de subjective, qui m'étaient nécessaires pour distinguer radicalement les deux acceptions du terme de probabilité, auxquelles s'appliquent les combinaisons du calcul» [119]. Diese verbindet er mit einem weiterreichenden Anspruch als Poisson: Gegen Bayes, Laplace u.a. macht er geltend, daß der von ihnen favorisierten subjektiven W. eine Beliebigkeit innewohne, die sie als Grundbegriff der W.-Theorie disqualifiziere [120]. Um der erforderlichen wissenschaftlichen Exaktheit und Glaubwürdigkeit willen fordert er dazu auf, aus den statistischen Datenbefunden alles Beobachterabhängige auszuschalten [121] und letztlich auf subjektive W.en in der Mathematik und den Wissenschaften ganz zu verzichten. Mit seiner Präferierung objektiver W. tendiert er – ohne eine entsprechende Formulierung zu gebrauchen – eindeutig zu einer Häufigkeitsinterpretation der W. Fast gleichzeitig, aber von einem gleichsam ‘entgegengesetzten’, nämlich von Kant beeinflußten Standpunkt («a philosophy of science which recognizes ideal elements of knowledge, and which makes the process of induction depend on them») kritisiert auch in England der Mathematiker R. L. Ellis den klassischen Begriff der W. von Bernoulli und Laplace und vertritt ausdrücklich eine Häufigkeitsdeutung («for if any event can occur in a out of b possible ways, its probability is a/b: and if all these b cases tend to recur equally on the long run, the event must tend to occur a times out of b; or in the ratio of its probability») [122]. Neben Philosophen wie J. F. Fries und J. S. Mill (vgl. unten: IV. B.) vollziehen also auch Poisson, Cournot, Ellis und andere Mathematiker eine (wenngleich je verschieden begründete) Wendung zu einer ‘objektivistischen’ Konzeption von W., die statistischen Regularitäten eine Grundlage in ‘realen’, von epistemischen Zuständen des Individuums unabhängigen Zufallsereignissen geben [123]. Auch Verfechter eines grundsätzlich subjektivistischen Begriffs von W. wie A. De Morgan («Probability is the feeling of the mind, not the inherent property of a set of circumstances») [124] machen Konzessionen an diese Entwicklung, um der feststellbaren statistischen «uniformity» langer Ereignisreihen Rechnung zu tragen [125]. De Morgan kann mit seiner Auffassung, W. sei nicht als Grad der Gewißheit («certitude»), sondern des Glaubens («belief») anzusehen [126], als ein Vorreiter des modernen Bayesianismus aufgefaßt werden [127]. G. Boole vertritt in der Distanzierung vom klassisch-subjektivistischen W.-Begriff eine gewisse ‘Mittelstellung’, wie es prägnant in seiner Bestimmung der W.-Theorie zum Ausdruck kommt: «the mode in which the expected frequency of occurrence of a particular event is dependent upon the known frequency of occurrence of any other events» [128]. Nach dem Vorbild seiner eigenen deduktiven Logik [129] und vergleichbar mit B.

Bolzanos Auffassung (vgl. unten: IV. B. 6.), bezieht er W. nicht länger auf das Eintreten eines Ereignisses («occurrence of an event *E*»), sondern auf die Aussage über dieses Eintreten («probability of the truth of the proposition *X*, which asserts that the event *E* will occur») [130]. Diese Ausdrucksweise hat sich seitdem in der W.-Theorie weitgehend durchgesetzt [131]. Die Häufigkeitsinterpretation wird dann im England der zweiten Hälfte des 19. Jh. besonders einflußreich vertreten von J. Venn[132]. In Weiterführung von Ellis' «fundamental principle of the theory of probabilities ... – 'The concept of a genus implies that of numerical relations among the species subordinated to it'» [133] – legt Venn dieser Interpretation eine Theorie natürlicher Arten zugrunde («for this purpose the existence of natural kinds or groups is necessary») [134]. Sie soll die Stabilität von Häufigkeiten erklären, ohne einen traditionellen Determinismus zu vertreten, d.h., ohne allgemeine Kausalkenntnis zwischen Ereignissen und den sie hervorrufenden Gründen behaupten zu müssen; Venn vertritt diesbezüglich eine agnostische Position («It is the fact of this ignorance that makes us appeal to the theory of Probability, the grounds of it are of no importance») [135].
Wenngleich die Bedeutung der Häufigkeitsinterpretation in der zweiten Jahrhunderthälfte mit dem Aufstieg statistischen Denkens [136], insbesondere auch in den Naturwissenschaften (vgl. unten: 5.), stark zunimmt, wird sie auch in der *mathematischen* Diskussion um die W. zu keiner Zeit dominant. Sie konnte sich u.a. wohl deshalb nicht durchsetzen, weil sie in ihrer engen Verbindung zur Statistik unter der verbreiteten Skepsis und z.T. ausgeprägten Feindschaft litt, die gegenüber den starken (gelegentlich auch politisch motivierten) Ansprüchen herrschte, die mit der Anwendung statistischer Methoden (insbesondere auf soziale Fragen) einhergingen [137]. Als Indikator für eine anhaltende Diskussion um die Grundlagen der W.-Theorie [138] mag dienen, daß H. Poincaré noch 1898 die Schwierigkeit beklagt, eine verbindliche Definition von ‹W.› zu geben, und sich auf die unbefriedigende klassische Bestimmung als 'kleinsten gemeinsamen Nenner' zurückzieht («L'on ne peut guère donner une définition satisfaisante de la Probabilité. On dit ordinairement: La probabilité d'un événement est le rapport du nombre des cas favorables à cet événement au nombre total des cas possibles») [139]. Der klassische Begriff der W. aber war zu dieser Zeit nicht nur von der Häufigkeitsinterpretation bedroht: Längst war er von philosophischer Seite (vgl. unten: IV. B.) dem später von R. von Mises einflußreich wiederholten Vorwurf der Zirkularität ausgesetzt, wonach eine Definition von ‹W.›, die auf 'gleich mögliche' Fälle rekurriert, diese nicht als 'gleich wahrscheinlich' bestimmen dürfe [140]. Zudem hatte er mit Paradoxien zu kämpfen, die J. von Kries[141] aufzeigte und die später J. M. Keynes in seinem einflußreichen Werk aufgriff [142]. Besonders die von J. Bertrand aufgefundenen und später nach ihm

benannten Paradoxien zur geometrischen W. – Verbindungen zu den Analysen von von Kries[143] und d'Alembert[144] sind erkennbar – machen klar, daß die klassische Definition von ‹W.› dem wachsenden Anspruch an mathematische Strenge und Exaktheit nicht mehr genügen und allenfalls bedingt anwendbar sein konnte. Offenbar in Unkenntnis der wesentlich früheren Forderung G. Booles an die W.-Theorie, «that the principles upon which its methods are founded should be of an axiomatic nature» [145], aber auch der Entwicklung der Fehlertheorie als «nucleus of the new theory of probability» [146], rechnet denn auch D. Hilbert in seinem berühmten Pariser Vortrag von 1900 die W.-Rechnung neben der Mechanik noch zu den wichtigsten «physikalischen Disziplinen ..., in denen schon heute die Mathematik eine hervorragende Rolle spielt», und gibt der Mathematik das Problem auf, nach dem Vorbild der Geometrie auch diese Disziplinen «axiomatisch zu behandeln» [147]. Mit den verschiedenen Ansätzen zur Lösung dieses Problems wird dann eine neue Periode in der Entwicklung der mathematischen W. (vgl. unten: 6.) eingeleitet.
5. Unter den *Anwendungen* der mathematischen W. in anderen Wissenschaften ist in der ersten Hälfte des 19. Jh. besonders A. Quetelets äußerst einflußreiches Programm einer «physique sociale» [148]hervorzuheben, die zunächst als Gegenstück zur Laplaceschen «Mécanique céleste» als eine «Mécanique sociale» konzipiert war [149]. Mit Quetelets Einführung des Durchschnittsmenschen («l'homme moyen») war die Aufgabe gestellt, den Bereich des statistischen Schließens von der Astronomie auf die Sozialwissenschaften auszuweiten, um Gesetzeskenntnis auch in diesen Bereichen erlangen zu können [150]. Neben philosophischer, politischer und religiös-weltanschaulich geprägter Kritik an diesem Programm[151] wird Quetelet auch zur Last gelegt, die Grenzen sinnvoller Anwendung der W.-Theorie völlig zu verwischen [152]. Allerdings kann er zeigen, daß die gleiche Kurve (der Binominalverteilung), die den Astronomen als Fehlerkurve diente, als eine Variationskurve von (menschlichen) Eigenschaften interpretierbar sei [153]. Besonders hierdurch erlangte sein Programm Vorbildfunktion auch für andere Wissenschaftsbereiche – insofern nämlich, als es eine neue wissenschaftliche Sichtweise verbreitete, die eine Abwendung von Einzelphänomenen und deren Ursachen sowie eine Hinwendung zu statistischen Betrachtungen von Gesamtheiten implizierte [154]. Frühe Einflüsse auf die junge experimentelle Psychologie zeigen sich bereits bei G. Th. Fechner[155]. In der Biologie knüpft F. Galtons Theorie der Vererbung stark an Quetelets Programm an [156]. Galton begründet mit K. Pearson die ‘biometrische Schule’, in deren Umfeld auch F. Y. Edgeworth tätig war [157]. Daneben bildet sich auch eine ‘Mendelsche Schule’ der statistischen Genetik aus, die in G. Mendels Abhandlung ‹Versuche über Pflanzenhybriden› ihren Ausgang

nimmt [158], sowie eine statistische Richtung innerhalb der durch Ch. Darwins ‹Origin of Species› geprägten Evolutionsbiologie [159].

Aber auch eine gewisse Rückwirkung der Queteletschen «physique sociale» auf die Physik selber ist nachweisbar: Ab der Mitte des 19. Jh. entwickelt sich die Thermodynamik (s.d.) als Deutung der älteren kinetischen Gas- bzw. mechanischen Wärmetheorie [160], bei der bereits in den Werken von D. Bernoulli[161], W. Herapath[162] und J. Waterston[163] die Idee auftauchte, die phänomenologisch-makrophysikalischen Eigenschaften eines Gases auf die Bewegung kleinster Teilchen zurückzuführen [164]. Erst die Arbeiten von A. Krönig und R. Clausius begründen jedoch eine kontinuierliche Forschungstradition [165], die schließlich in die abstrakte Formulierung der klassischen statistischen Physik einmündet. Im Zuge dieser Entwicklung werden Methoden und Konzepte der W.-Rechnung in immer verfeinerterer Form angewandt.

A. C. Krönig führt 1856 erstmals [166] den Begriff der W. in die mikrophysikalische Modellierung von Gasen ein, um trotz der «vollkommenen Unregelmäßigkeit» der «Bahn jedes Gasatoms» nach «den Gesetzen der Wahrscheinlichkeitsrechnung» eine «vollkommene Regelmäßigkeit» annehmen zu können [167]. R. Clausius nimmt den Ansatz Krönigs 1857 [168] und 1858 [169] direkt auf und verallgemeinert diesen durch Einführung zusätzlicher Freiheitsgrade für die Molekülbewegungen [170] sowie durch die Untersuchung auch von Partikelkollisionen und die dadurch ermöglichte Bestimmung von W.en für Diffusionsprozesse [171]. J. C. Maxwell führt diese Linie weiter [172], greift aber – vermittelt durch J. Herschel[173] und H. T. Buckle[174] – auch Überlegungen aus der Sozialstatistik Quetelets auf [175]. Ab 1859 entwickelt er sein Gesetz der Geschwindigkeitsverteilung von Gasmolekülen im thermodynamischen Gleichgewicht mit der Zielsetzung «to find the probability of the direction of the velocity after impact lying between given limits» [176]. L. Boltzmann schließlich verknüpft 1877 auf der Grundlage eigener früherer Arbeiten [177], aber auch der Untersuchungen Maxwells[178] und bes. des sog. Umkehreinwandes von J. Loschmidt[179] sowie unter Anwendung kombinatorischer Überlegungen das zuerst von Clausius eingeführte Konzept der Entropie (s.d.) eines physikalischen Systems mit dem Begriff der W. Genauer geht Boltzmann von der W. eines dem System korrespondierenden Mikrozustandes aus, wobei das System von einem Anfangszustand, der «in den meisten Fällen ein sehr unwahrscheinlicher sein wird, ... immer wahrscheinlicheren Zuständen zueilen [wird], bis es endlich den wahrscheinlichsten, d.h. den des Wärmegleichgewichts erreicht hat» [180]. Allgemein resümiert er die damit gewonnene enge Beziehung von Entropie und W. so: «Jeder Energieverteilung kommt ... eine quantitative bestimmbare W. zu. Da diese in den ...

wichtigsten Fällen identisch ist mit der von Clausius als Entropie bezeichneten Größe, so wollen wir ihr ebenfalls diesen Namen geben» [181]. Über die Physik hinaus wurde der Zusammenhang von Entropie, W. und Zeit gegen Ende des 19. Jh. naturphilosophisch und auch – in einem weiteren Sinne – weltanschaulich wichtig, wie besonders die Diskussion um den sog. Wärmetod (s.d.) deutlich macht.

Mit J. W. Gibbs wird die klassische statistische Physik im wesentlichen zu einem Abschluß gebracht [182]. Vorbereitet durch den von Boltzmann eingenommenen kombinatorischen Standpunkt bei der Verteilung von Molekülen auf endlich viele Energieniveaus [183], betont Gibbs doch die Notwendigkeit einer «selbständigen Entwickelung» [184] der statistischen Mechanik gegenüber der älteren Tradition von Clausius, Maxwell und Boltzmann. Ihr Inhalt ist die allgemeine Beschreibung des – durch Orts- und Impulskoordinaten eines Systems von N mikrophysikalischen Objekten aufgespannten – $6N$-dimensionalen Phasenraums, in welche das Produkt des sog. W.-Koeffizienten der Phase mit der Phasenausdehnung die W. dafür angibt, «daß sich ein willkürliches System der Gesamtheit» [185] in einem bestimmten Phasenraumvolumen befindet und der natürliche Logarithmus desselben, der sog. W.-Exponent der Phase («index of probability»), «mit umgekehrten Vorzeichen der Entropie entspricht» [186]. Gibbs selber faßt den Ertrag seiner Arbeit – die Parallelen zu einer zeitgleichen, aber unabhängigen Arbeit A. Einsteins aufweist [187] – für ein philosophisches Verständnis der Irreversibilität der Zeit auf der Grundlage des Begriffs der W. so zusammen: «Man darf nicht vergessen, daß, wenn unsere Gesamtheiten die W.en für Vorgänge der wirklichen Welt erläutern sollen, zwar die W.en späterer Ereignisse oft aus den W.en früherer Ereignisse bestimmt werden können, aber nur selten W.en von früheren Ereignissen aus denen der späteren; denn wir sind selten berechtigt, auf die Betrachtung der vorhergehenden W.en früherer Ereignisse zu verzichten» [188]. In diese Richtung weist auch C. F. von Weizsäckers Lösung für das Problem der Irreversibilität in der statistischen Physik ('Zeitpfeil'): Wir wenden tatsächlich W.-Überlegungen nur auf die Zukunft an und bringen dadurch unbemerkt die Unterscheidung von Vergangenheit und Zukunft in die Theorie hinein [189]. Mit Blick auf diese Asymmetrie definiert M. Drieschner bündig: «W. ist die vorausgesagte (relative) Häufigkeit» [190]. M. von Smoluchowski betont später den 'objektivierenden' (weil der Häufigkeitsinterpretation der W. verpflichteten) und auf «exakt statistischen Methoden» aufbauenden Charakter der statistischen Mechanik in der Tradition von Gibbs gegenüber der älteren Thermodynamik und resümiert die Entwicklung folgendermaßen: «Es scheint uns ... ein auch für den Philosophen äußerst wichtiges Ergebnis zu sein, wenn sich auch nur auf einem beschränkten Gebiet – dem der mathematischen Physik – zeigen läßt, daß der Begriff der W., in der üblichen

Bedeutung eines gesetzmäßigen Häufigkeitswertes zufälliger Ereignisse, eine streng objektive Bedeutung besitzt» [191].

6. Zu Beginn des *20. Jh.* kann nach H. Poincaré von einer eigentlich *mathematischen W.-Theorie* nicht die Rede sein («Le nom seul de calcul des probabilités est un paradoxe») [192]. Ihr wissenschaftlicher Status ist ambivalent, insofern einerseits ihre Grundlagen ungeklärt bleiben («le calcul des probabilités est une science vaine, qu'il faut se défier de cet instinct obscur que nous nommions bon sens»), andererseits der Begriff der W. in allen Wissenschaftsbereichen erfolgreich und einflußreich zur Anwendung kommt («A ce compte, toutes les sciences ne seraient que des applications inconscientes du calcul des probabilités») [193]. Hilberts Axiomatisierungsprogramm (vgl. oben: 4.) zielt auf eine Beseitigung dieser Ambivalenz ab, d.h., sucht die W.-Theorie als eine 'streng mathematisch' begründete *und* als anwendungsrelevante Disziplin zu etablieren. Hilbert konnte in seinem Pariser Vortrag bereits auf einen entsprechenden Versuch von G. Bohlmann hinweisen [194], der allerdings eher als deskriptive axiomatische Darstellung des damaligen Standes der W.-Theorie denn als Applikation des von Hilbert geforderten «axiomatischen Denkens» [195] zu sehen ist. Doch erst nach 1900 kommt es zu verstärkten Axiomatisierungsbemühungen im engeren Sinne [196]. In diese Bemühungen gehen neben mengentheoretischen im weiteren Verlauf zunehmend auch maßtheoretische Konzeptionen ein, die im wesentlichen von E. Borel eingeführt werden [197]. Spätere Axiomatisierungsversuche von A. Lomnicki und H. Steinhaus bauen auf dessen Gedanken auf, dem Begriff der W. die Eigenschaften eines Maßes beizulegen [198], bleiben aber insofern unzulänglich, als sie Rechenoperationen mit W. und die Definition von Begriffen wie den durch die Fehlertheorie der zweiten Hälfte des 19. Jh wichtig gewordenen [199] Begriff der Zufallsgröße, den der mathematischen Erwartung und den der bedingten W. nicht zureichend begründen können [200]. Zuvor hat bereits R. von Mises vorgeschlagen, die W.-Rechnung als eine «Naturwissenschaft gleicher Art wie die Geometrie oder die theoretische Mechanik» [201] mit Hilfe zweier Axiome bzw. «Forderungen» [202] zu begründen und W. als Grenzwert relativer Häufigkeiten einzuführen. Sein Begründungsversuch findet starke Beachtung, leidet allerdings darunter, daß die Widerspruchsfreiheit beider Forderungen lange Zeit nicht nachgewiesen werden kann [203]. Erst mit der berühmten Arbeit ‹Grundbegriffe der W.-Rechnung› (1933) von A. N. Kolmogoroff – ein Axiomatisierungsvorschlag von H. Reichenbach erfolgt fast gleichzeitig [204] – setzt sich dann eine Axiomatisierung durch, die für die weitere Entwicklung bestimmend wird. Kolmogoroffs Ziel ist es, «die Grundbegriffe der W.-Rechnung, welche noch unlängst für ganz eigenartig galten, natürlicherweise in die Reihe der allgemeinen Begriffsbildungen der modernen Mathematik

einzuordnen» [205]. Dabei hält er – in ausdrücklicher Absetzung auch von der Axiomatisierung, die von Mises vorschlägt [206] – neben dem Begriff «zufälliges Ereignis» fest am «W.-Begriff» als zweitem Grundbegriff, der durch die (später so genannten) 'Kolmogoroff-Axiome' implizit definiert wird [207]. Der Idee nach legen diese Axiome in einem ersten Schritt eine sog. 'Ereignisalgebra' E und in einem zweiten Schritt die W. als eine spezielle Maßfunktion auf E fest, d.h., jeder Teilmenge A von E (E abzählbar) ist eine «nichtnegative reelle Zahl $P(A)$ zugeordnet. Diese Zahl $P(A)$ nennt man die W. des Ereignisses A» [208]. Bestimmte solcher Zuordnungen, die die Axiome erfüllen, nennt Kolmogoroff «Wahrscheinlichkeitsfelder» [209]. Eine inhaltliche Bestimmung von W. und W.-Feldern jenseits der Axiome lehnt er mit ausdrücklicher Berufung auf Hilbert ab: «Dementsprechend wird ... der Begriff eines Wahrscheinlichkeitsfeldes als eines gewissen Bedingungen genügenden Mengensystems definiert. Was die Elemente dieser Mengen sind, ist dabei für die rein mathematische Entwicklung der W.-Rechnung völlig gleichgültig» [210]. Die Kolmogoroff-Axiome bestimmen allerdings die W.-Felder in solcher Weise, daß sich die Eigenschaften des klassischen W.-Begriffs bei geeigneter Einschränkung von E aus ihnen gewinnen lassen. Der 'axiomatisierte' W.-Begriff enthält also den klassischen als Sonderfall; er ist zudem anwendbar auf (heute so genannte) 'stochastische Prozesse', d.h. auf die zeitliche und (gelegentlich) räumliche Entwicklung von Zufallsprozessen, unter denen die sog. Markoffschen Ketten [211] besonders wichtig geworden sind.
Bezüglich der Frage, wie sich die axiomatisierte W.-Theorie zur Erfahrungswelt verhält, glaubt sich Kolmogoroff eng an von Mises' neopositivistischen [212] Standpunkt anzuschließen [213], wobei ihm eine «empirische Deduktion der Axiome» – d.h. der Nachweis, daß empirische Häufigkeiten die axiomatisch geforderten Eigenschaften der W. näherungsweise aufweisen [214] – deren Anwendbarkeit im Einzelnen sicherstellen soll [215]. Dabei ist gerade in bezug auf die «Unabhängigkeit» von Ereignissen, der Kolmogoroff eine «zentrale Stellung in der W.-Rechnung» einräumt, weil erst durch sie erklärbar wird, warum sie einerseits eine «Theorie der additiven Mengenfunktionen» sein kann, andererseits aber doch «eine große, ihre eigenen Methoden besitzende selbständige Wissenschaft entwickelt hat» [216], eine wissenschaftstheoretische Reflexion gefragt: «Es ist ... eine der wichtigsten Aufgaben der Philosophie der Naturwissenschaften, nachdem sie die vielumstrittene Frage über das Wesen des W.-Begriffes selbst erklärt hat, die Voraussetzungen zu präzisieren, bei denen man irgendwelche gegebene reelle Erscheinungen für gegenseitig unabhängig hält» [217].

Mit Kolmogoroffs Arbeit von 1933 finden die andauernden Bemühungen um die Axiomatisierung der W.-Theorie einen gewissen Abschluß [218], so daß die Auffassung vertreten werden kann, daß mit diesem Jahr «die W.-Rechnung ein vollberechtigtes Mitglied der Familie der mathematischen Disziplinen geworden ist» [219]. Kolmogoroffs Axiomatisierungsvorschlag wird bald von E. Hopf[220], J. L. Doob[221], W. Feller[222]und anderen [223] aufgegriffen. Wurde er später auch im Detail kritisiert – so lehnt etwa G. Shafer[224] Kolmogoroffs Normierung der W. als unzureichend begründete Einschränkung ab, und B. de Finetti[225]weist Probleme bei der Ausdehnung der Additivitätsforderung vom endlichen auf den abzählbar-unendlichen Fall auf –, gilt er doch in der Mathematik des späteren 20. Jh. allgemein als kanonisch. Die weitere Ausbildung der mathematischen Theorie der W. [226] scheint daher keine philosophisch relevanten Veränderungen des W.-Begriffs mehr hervorgebracht zu haben, während die philosophische Diskussion um 'die' (bzw. eine) angemessene Interpretation des durch die Kolmogoroff-Axiome und ihre neueren Varianten bestimmten Begriffes von W. andauert (vgl. unten: IV. B.).

7. Unter den zahlreichen *Anwendungsfeldern* des Begriffs der W. im 20. Jh. nimmt die (im Zeitraum von 1925 bis 1927 als formalisierte Theorie sich konstituierende) Quantenmechanik (s.d.) den philosophisch wichtigsten Platz ein. M. Planck führt 1900 das später nach ihm benannte Wirkungsquantum (s.d.) ein, um gewisse Anomalien der klassischen Physik aufzulösen [227], möchte aber deren Determinismus retten [228]. F. Exner kritisiert bereits 1917 Plancks Rettungsversuche als «eine Art physikalische Mythologie» [229] und vermutet: «Alle Gesetze können Wahrscheinlichkeitsgesetze sein» [230].

A. Einstein scheint im Jahre 1916 [231] der erste [232] zu sein, der den Begriff der W. im Kontext der von Planck u.a. neugeschaffenen Quantentheorie fruchtbar macht. Unter Verwendung von Methoden der klassischen statistischen Physik untersucht Einstein zum einen die «quantentheoretisch möglichen Zustände Z_n und deren Gewichte p_n» (W. von Zuständen) und zum anderen die W., mit der ein quantenphysikalisches Objekt von einem Zustand in den anderen übergeht [233]. Hiervon ausgehend liefert S. N. Bose 1924 eine Theorie des wahrscheinlichen Verhaltens von Photonengasen [234], die von der «mechanischen Statistik» [235] abweichende, später sogenannte Bose-Einstein-Statistik [236]. In ihr sieht Einstein einen «wichtigen Fortschritt» [237] und verallgemeinert sie 1925 – unter Einbeziehung einer «beachtenswerten Schrift» [238]L. de Broglies[239] – durch Anwendung auch auf materielle Teilchen.

Zentrale Anomalien dieser schon bald als 'alte Quantentheorie' bezeichneten Lehre werden im gleichen Jahr durch einen von W. Heisenberg eingeführten und dann in zwei (mit M. Born und P. Jordan verfaßten) Aufsätzen [240] als «Matrizenform der Quantenmechanik» [241] dargestellten Formalismus befriedigend gelöst. Alternativ formuliert E. Schrödinger ab 1926 die Wellenmechanik (s.d.), deren Äquivalenz zur Matrizenformulierung er selber nachweist; dabei führt er die nach ihm benannte Gleichung ein, der die Wellenfunktion ψ zur Beschreibung quantenmechanischer Systeme unterliegt. Im gleichen Jahr liefert M. Born noch eine von Heisenbergs und Schrödingers Auffassung abweichende «dritte Interpretation» [242] dieser Formalismen, die später als ‘W.-Interpretation’ bezeichnet wird. Sie kommt pointiert in der Aussage zum Ausdruck, daß praktisch «jedenfalls sowohl für den experimentellen als auch den theoretischen Physiker der Indeterminismus» [243] bestehe; Born sieht ihn darin begründet, daß Bahnen von Korpuskeln zwar durch den Impuls- und Energiesatz eingeschränkt seien; im übrigen werde jedoch «für das Einschlagen einer bestimmten Bahn nur die W. durch die Werteverteilung der Funktion ψ bestimmt. Man könnte das, etwas paradox, so zusammenfassen: Die Bewegung der Partikeln folgt W.-Gesetzen, die W. selbst aber breitet sich im Einklang mit dem Kausalgesetz aus» [244]. Es lasse sich demnach keine kausale «Bestimmtheit des Einzelereignisses» aus der Quantenmechanik folgern [245], während man insofern davon sprechen könne, daß die Ausbreitung der W.en dem Kausalgesetz unterliegt, als «die Kenntnis des Zustandes in allen Punkten in einem Augenblick die Verteilung des Zustandes zu allen späteren Zeiten festlegt» [246]. Die W.-Interpretation Borns betrachtet also die statistische Häufigkeit der Quantenzustände als durch die Wellenfunktion ψ beschreibbar und in ihrer raumzeitlichen Entwicklung ‘erklärbar’, ohne (ihrer Tendenz nach) an einer Determination des Einzelfalls festzuhalten; insofern legt sie ein ‘objektives’ Verständnis der quantenmechanischen W. zugrunde [247]. Ausgehend von seiner Interpretation und offenbar angeregt durch einen Brief von W. Pauli[248], formuliert dann W. Heisenberg im Jahre 1927 jene später nach ihm benannte Relation, derzufolge «kanonisch konjugierte Größen simultan nur mit einer charakteristischen Ungenauigkeit bestimmt werden können ... Diese Ungenauigkeit ist der eigentliche Grund für das Auftreten statistischer Zusammenhänge in der Quantenmechanik» [249]. Mit diesem Nachweis wird der Indeterminismus der Quantenmechanik und somit die Unverzichtbarkeit des Begriffs der W. zur Darstellung quantenmechanischer Phänomene nach Auffassung der meisten theoretischen Physiker besiegelt [250]. M. Born bemerkt bereits 1927 zur Wellenfunktion ψ: «Der Grundgedanke ..., daß es sich um ‘Wahrscheinlichkeitswellen’ handelt, wird wohl in verschiedener Gestalt bestehen bleiben» [251].

Heisenbergs Unschärferelation (s.d.), aber auch andere Theorieelemente der ‘neuen Quantentheorie’ haben zu anhaltenden philosophischen Diskussionen um den Begriff der W. in der Physik geführt. M. Planck konstatiert um 1930 wiederholt mit Besorgnis die Tendenz innerhalb der Physik, «der Wellenfunktion eine endgültige Bedeutung zu geben, und weil die Wellenfunktion an sich nur die Bedeutung einer W.-Größe besitzt, so bemüht man sich, die Frage nach der W. als die letzte, höchste Aufgabe hinzustellen und macht damit den W.-Begriff zur endgültigen Grundlage der ganzen Physik» [252]. A. Einstein hält die W.-Interpretation für «logisch einwandfrei» und bescheinigt ihr «bedeutende Erfolge» [253], hält Born aber bereits 1926 folgende Bemerkung entgegen, die wohl zum Ursprung des berühmten, so aber nicht belegten Diktums 'Gott würfelt nicht' geworden ist: «Die Theorie liefert viel, aber dem Geheimnis des Alten bringt sie uns kaum näher. Jedenfalls bin ich überzeugt, daß *der* nicht würfelt» [254]. Gegen die Beschränkung auf W.-Aussagen über mikrophysikalische Teilchen macht er seine Form eines wissenschaftlichen Realismus geltend: «Ich kann nicht umhin, zu bekennen, daß ich dieser Interpretation nur eine vorübergehende Bedeutung beimesse. Ich glaube noch an die Möglichkeit eines Modells der Wirklichkeit, d.h. einer Theorie, die die Dinge selbst und nicht nur die W.en ihres Auftretens darstellen» [255]. Einsteins spätere Kritik an der Quantenmechanik in Gestalt des 'EPR-Paradoxons' [256] ist Ausdruck dieses Realismus und hat die Grundlagendiskussion bis zum heutigen Tage beeinflußt [257]. Seit J. S. Bells einflußreicher Untersuchung [258] erscheinen allerdings die Möglichkeiten, mit Hilfe sog. 'verborgener Parameter' zu einer Determination quantenmechanischer Prozesse zu gelangen und den Begriff der W. prinzipiell entbehrlich zu machen, sehr begrenzt. Vertreter der W.-Interpretation bzw. der daran anknüpfenden 'Kopenhagener Interpretation' betonen daher, daß der Begriff der W. in der Quantenmechanik weder eliminierbar noch reduzierbar sei. N. Bohr führt 1927 den Begriff der Komplementarität (s.d.) mit der Absicht ein, den grundsätzlich statistischen Charakter der Quantenmechanik zu erhellen; seine Debatte mit Einstein hierüber führt zu keinem Konsens [259]. W. Heisenberg sieht mit der «Wahrscheinlichkeitswelle» ψ einen «völlig neuen Begriff in die theoretische Physik eingeführt» [260], der eine «quantitative Fassung des alten Begriffs der δύναμις oder 'Potentia' bedeutet» [261]. C. F. von Weizsäcker wendet sich ebenfalls gegen eine «empiristische» Deutung des Begriffs der W. in der Quantenmechanik, der «bloß relative Häufigkeit vergangener Ereignisse» zum Ausdruck bringe [262]; vielmehr sieht er in ihm «eine quantitative Verschärfung einer bestimmten Fassung des Möglichkeitsbegriffs» [263]. Als «vermittelnder Begriff zwischen den unanschaulichen Gebilden der abstrakten Theorie und den anschaulichen Größen, die man messen kann», sieht er ihn in *allen* Formalisierungen der Quantenmechanik als unverzichtbar an [264]. Formal läßt sich die Quantenmechanik als eine verallgemeinerte W.-Theorie verstehen, bei der im ersten Axiom, das bei Kolmogoroff die Menge der Ereignisse als Mengenkörper einführt, statt des Mengenkörpers die ‘Quantenlogik’ gesetzt wird, d.h. der Verband der Unterräume des Hilbertraums [265]. Bei allen Interpretationsdifferenzen dürfte die generelle Haltung der theoretischen Physik bis heute durch W. Pauli zutreffend beschrieben sein: «Erst die Wellen- oder Quantenmechanik konnte die Existenz *primärer W.en* in den Naturgesetzen behaupten, die sich sonach nicht wie zum Beispiel die thermodynamischen W.en der klassischen Physik durch Hilfsannahmen auf deterministische Naturgesetze zurückführen lassen. Diese umwälzende Folgerung hält die überwiegende Mehrheit der modernen theoretischen Physiker ... für unwiderruflich» [266].

8. War der Begriff der W. schon zum Ende des 19. Jh. auch außerhalb der Physik zu einem wichtigen Beschreibungs- und Erklärungsinstrument in Bereichen wie der Biologie und Psychologie geworden (vgl. oben: 5.), so ist das 20. Jh. durch eine Fortsetzung der ‘probabilistischen Revolution’ in diesen Bereichen wie auch durch eine Ausdehnung auf praktisch alle Wissenschaften gekennzeichnet. In der Biologie ist die Ausbildung der sog. synthetischen Theorie hervorzuheben; sie wurde besonders von Th. Dobzhansky[267] vorangebracht, und ihre ‘Syntheseleistung’ schloß neben verschiedenen biologischen Teildisziplinen wie der Genetik und Physiologie eben auch die mathematische Statistik ein [268]. Neben der experimentellen Psychologie [269] sind besonders die Wirtschaftswissenschaften [270] sowie die Sozialwissenschaften [271]zu nennen. War bereits der Sozialstatistik A. Quetelets im 19. Jh. vorgeworfen worden, sie spiegele durch Anwendung mathematischer W. eine tatsächlich nicht gegebene Wissenschaftlichkeit vor, so wiederholt sich nun dieser Vorwurf in bezug auf die letztgenannten Bereiche in der Rede von einer «Rhetorik» der W. [272]. Für die naturwissenschaftliche Theoriebildung ist der Begriff der W. spätestens seit dem 20. Jh. zentral, wie auch aktuelle Diskussionen über Determinismus, Selbstorganisation und Chaos im Zusammenhang mit dem Begriff ‘Zufall’ (s.d.) belegen. Gegenüber dem Certismus als wesentlichem Kennzeichen einer klassischen Wissenschaftsauffassung [273] ist der Probabilismus zu einem konstitutiven Element einer modernen Wissenschaftsauffassung geworden. Daß diese Entwicklung ‘irreversibel’ sein möchte, erscheint vom gegenwärtigen Standpunkt durchaus als *wahrscheinlich.*

Bernd Buldt, Helmut Pulte

Anmerkungen

[1] Vgl. P. de Fermat: Oeuvr., hg. P. Tannery/Ch. Henry 2 (Paris 1894) 288–314; dtsch. Teilübers. in: Die Entwicklung der W.-Theorie von den Anfängen bis 1933. Einf. und Texte, hg. I. Schneider (1988) 25–40; Ergebnisse des Briefwechsels werden erstmals publ. in: B. Pascal: Traité du triangle arithmét. (Paris 1665). Oeuvr. compl., hg. L. Lafuma (Paris 1963) 50–63, bes. 57–62; vgl. I. Todhunter: A hist. of the math. theory of probability. From the time of Pascal to that of Laplace (Cambridge 1865, ND New York 1965) 7–21; D. Garber/S. Zabell: On the emergence of probability. Arch. Hist. exact Sci. 21 (1979) 33–53, bes. 48ff.

[2] Pascal, a.O. 57.

[3] W. Hauser: Die Wurzeln der W.-Rechnung: Die Verbindung von Glücksspieltheorie und statist. Praxis vor Laplace (1997) 21.

[4] Ch. Huygens: De ratiociniis in ludo aleae, hg. F. van Schooten: Exercitationum mathematicarum libri quinque (Leiden 1657) 517–534; das holländ. Orig. mit dem Titel ‹Van Reeckening in Speelen van Geluck› erschien später in: F. van Schooten: Mathematische Oeffeningen (Amsterdam 1660); holländ. mit frz. Übers.: Du calcul dans les jeux de hazard, in: Ch. Huygens: Oeuvr. compl., hg. Soc. hollandaise des Sci. (Den Haag 1888–1950) 14 (1920) 54–91; Abdruck und Kommentierung der lat. Fassung durch: Jacob Bernoulli, in: Ars conjectandi I, postum hg. N. Bernoulli (Basel 1713). Werke 3 (Basel 1975) 107–286, bes. 109–150; dtsch.: W.-Rechnung, hg. R. Haussner (1899, ND 1999) 3–75.

[5] Vgl. Huygens, a.O. 61ff.; Bernoulli, a.O. 3f.; zu den Übersetzungen von ‹kans› und ihren Problemen vgl. B. van der Waerden: Hist. Einl., in: Jacob Bernoulli: Werke, a.O. 2–18, bes. 8–12; vgl. H. Freudenthal: Huygens' foundation of probability. Historia Mathematica 7 (1980) 113–117; I. Schneider: Ch. Huygens's contribution to the development of a calculus of probabilities. Janus 67 (1980) 269–279.

[6] Vgl. van der Waerden, a.O. 8f.; Freudenthal, a.O. 116f.

[7] Vgl. Hauser, a.O. [3] 121–156; A. Wald: A hist. of probability and statistics and their applications before 1750 (New York u.a. 1990) 106–115.

[8] J. Arbuthnot: Of the laws of chance, or, a method of calculation of the hazards of game (London 1692) Pref.; vgl. Todhunter, a.O. [1] 48–52; K. Pearson: The hist. of statistics in the 17th and 18th cent., against the changing background of intellectual, scient. and relig. thought. Lectures 1921–1933, hg. E. S. Pearson (London/High Wycombe 1978) 127–133, 139f. (Add.).

[9] Jacob Bernoulli: Meditationes, Art. 77 (1685/86). Werke, a.O. [4] 21–89, 43; vgl. Hauser, a.O. [3] 79.

[10] a.O. 42–47; vgl. Schneider, a.O. [5] 274.

[11] Bernoulli: W.-Rechnung, a.O. [4] 233 (dtsch.) bzw. Ars conjectandi, a.O. [4] 241 (lat.).

[12] 230 (dtsch.)/239 (lat.).

[13] a.O.

[14] ebda.

[15] 262 (dtsch.)/257 (lat.).

[16] 230f. (dtsch.)/239f. (lat.).

[17] 231f. (dtsch.)/240f. (lat.).

[18] Vgl. 229 (dtsch.)/239 (lat.); zur subjektiven Gewißheit vgl. Art. ‹Subjekt/Objekt; subjektiv/objektiv I. 2.›. Hist. Wb. Philos. 10 (1998) 402–406.

[19] Meditationes, a.O. [9] 46.

[20] W.-Rechnung, a.O. [4] 248 (dtsch.) bzw. Ars conjectandi, a.O. [4] 249 (lat.); vgl. I. Schneider: Die Mathematisierung der Vorhersage künftiger Ereignisse in der W.-Theorie vom 17. bis zum 19. Jh. Berichte zur Wiss.-Gesch. 2 (1979) 101–112, bes. 103f.

[21] a.O. 247 (dtsch.)/248 (lat.).

[22] Vgl. etwa: G. S. Klügel: Mathemat. Wb. oder Erklärung der Begriffe, Lehrsätze, Aufgaben und Methoden der Mathematik, 1. Abt., 5. Theil, 2 (1831) 890–1030 (Art. ‹W.-Rechnung›), 892.

[23] Bernoulli: W.-Rechnung, a.O. [4] 249 (dtsch.) bzw. Ars conjectandi, a.O. [4] 249 (lat.).

[24] 262 (dtsch.)/257 (lat.).

[25] 262–265 (dtsch.)/258f. (lat.).

[26] S. D. Poisson: Rech. sur la probabilité des jugements, principalement en matière criminelle. Comptes rendus hebdomad. des séances de l'Acad. des Sci. 1 (1835) 473–494, bes. 478; Notes sur la loi des grands nombres, a.O. 2 (1836) 377–382; Rech. sur la probabilité des jugements en matière criminelle et en matière civile (Paris 1837); dtsch.: Lehrb. der W.-Theorie und deren wichtigsten Anwendungen (1841) V–XII (Vorrede). 100–108 (§§ 49–51); vgl. Bernoulli: W.-Rechnung, a.O. [4] 317 (Komm.).

[27] Bernoulli: W.-Rechnung, a.O. [4] 265 bzw. Ars conjectandi, a.O. [4] 259.

[28] 229 (dtsch.)/239 (lat.) (Untertit.).

[29] G. W. Leibniz: Br. an J. Bernoulli (3. 12. 1703 und 18. 11. 1704). Mathemat. Schr., hg. C. I. Gerhardt 3/1 (1856, ND 1962) 83f. 94; vgl. auch: Schneider, a.O. [1] 59–61; zur Antwort Bernoullis auf diese Kritik vgl.: W.-Rechnung, a.O. [4] 250f. bzw. Ars conjectandi, a.O. [4] 250; vgl. M. Ferriani: Leibniz, Bernoulli, il possibile et il probabile, in: D. Buzetti/M. Ferriani (Hg.): La grammatica del pensiero. Logica ... (Bologna 1982) 151–182.

[30] Vgl. Hauser, a.O. [3] 137–156.

[31] P. R. de Montmort: Essay d'analyse sur les jeux de hazard (Paris 1703, ^{2}1713); N.

Bernoulli: De usu artis conjectandi in iure (Basel 1709), in: Jacob Bernoulli: Werke 3, a.O. [4] 287–326; A. de Moivre: De mensura sortis, seu, De probabilitate eventuum in ludis a casu fortuito pendentibus. Philos. Transactions of the Royal Soc. 329 (1711) 213–264; N. Struyck: Uytreekening der Kansen in het speelen ... (Amsterdam 1716); vgl. Todhunter, a.O. [1] 78–134 (zu de Montmort). 194–196 (zu N. Bernoulli). 135–193 (zu de Moivre); Pearson, a.O. [8] 329–347 (zu Struyck).

[32] A. de Moivre: The doctrine of chances: or, a method of calculating the probabilities of events in play (London 1718, ^{2}1738, ^{3}1756, ND 1967); vgl. Todhunter, a.O. [1] 135–193; F. N. David: Games, gods and gambling (London 1962, ND New York 1998) 161–178; I. Schneider: Der Mathematiker Abraham de Moivre (1667–1754). Arch. Hist. exact Sci. 5 (1968/69) 177–317.

[33] a.O. 1 (§ 1) (zuerst ^{2}1738).

[34] 2 (§ 3).

[35] 6 (§ 8, Corollary).

[36] a.O. [31] 215; vgl. Schneider, a.O. [32] 279.

[37] a.O. [32] 5f. (§ 8).

[38] a.O. 7f. (§ 8); vgl. Schneider, a.O. [32] 279f.

[39] J. Arbuthnot: An argument for divine providence, taken from the constant regularity observ'd in the births of both sexes. Philos. Transactions of the Royal Soc. 27 (1710–12) 186–190.

[40] de Moivre, a.O. [32] 253.

[41] Th. Bayes: An essay toward solving a problem in the doctrine of chances, communicated by Mr. Price. Philos. Transactions of the Royal Soc. 53 (1763, publ. 1764) 370–418; vgl. a.O. 54 (1764, publ. 1765) 296–325; ND, in: E. S. Pearson/M. G. Kendall (Hg.): Studies in the hist. of statistics and probability (London 1970) 131–153; dtsch.: Versuch zur Lösung eines Problems der W.-Rechnung, hg. H. E. Timerding (1908) 4.

[42] a.O. 5.

[43] 4 (Def. 6).

[44] 4 (Def. 5); vgl. 45 (Komm.); vgl. L. Daston: Classical probability in the enlightenment (Princeton 1988, ^{2}1995) 31–33.

[45] a.O. 4 (Problem).

[46] 9 (Lehrsatz 5); vgl. 46 (Komm.); vgl. A. I. Dale: A hist. of inverse probability. From Th. Bayes to K. Pearson (New York u.a. 1991, ^{2}1995) 30–49.

[47] R. Price, in: Pearson/Kendall (Hg.), a.O. [41] 134f.

[48] A. De Morgan: An essay on probabilities and on their application to life contingencies

and insurance offices (London 1838, ND New York 1981) 30–68; man beachte aber auch die älteren Bezeichnungen «converse problem» von R. Price, in: Pearson/Kendall (Hg.), a.O. [41] 135, und «inverse problem» von D. Harley; zu letzterem vgl. S. M. Stigler: The hist. of statistics. The measurement of uncertainty before 1900 (Cambridge, Mass./London 1986) 132.

[49] Vgl. Dale, a.O. [46].

[50] Vgl. etwa: D. V. Lindley: Introd. to probability and statistics from a Bayesian viewpoint 1–2 (Cambridge 1965); S. A. Schmitt: Measuring uncertainty. An elementary introd. to Bayesian statistics (Reading, Mass.u.a. 1969); J. R. Lucas: The concept of probability (Oxford 1970) 126–162; S. J. Press: Subjective and objective Bayesian statistics: Principles, models and applications (Hoboken, N.J. 2003).

[51] Vgl. etwa: C. Howson/P. Urbach: Scientific reasoning. The Bayesian approach (Chicago 1989); J. M. Bernardo/A. F. M. Smith: Bayesian theory (Chichester 1994, 2001); L. Sklar (Hg.): Bayesian and non-inductive methods (New York 2000); J. Gill: Bayesian methods: A social and behavioral sciences approach (Boca Raton u.a. 2002).

[52] Vgl. Stigler, a.O. [48] 103; Daston, a.O. [44] 267f.

[53] Zu Laplace vgl. Todhunter, a.O. [1] 464–613; Stigler, a.O. 99–158; Wald, a.O. [7] 155–454.

[54] P.-S. de Laplace: Mém. sur la probabilité des causes par les événements. Mém. de l'Acad. Royale des Sci. de Paris 6 (1774). Oeuvr. compl., hg. Acad. des Sci. 1–14 (Paris 1878–1912) 8 (1891) 25–65, bes. 28.

[55] Vgl. Daston, a.O. [44] 278; vgl. auch: M.-J.-A. de Condorcet: Art. ‹Probabilité›, in: Encycl. méthodique, ou par ordre de matière ... (Paris 1785) 2, 640–663, bes. 662.

[56] P.-S. de Laplace: Mém. sur les probabilités. Mém. de l'Acad. Royale des Sci. de Paris (1781). Oeuvr. compl., a.O. [54] 9 (1893) 381–485, bes. 414–417.

[57] Mém. (1774), a.O. [54] 29f.

[58] a.O. 29.

[59] Vgl. Art. ‹Geist, Laplacescher›. Hist. Wb. Philos. 3 (1974) 206; Art. ‹Voraussage; Vorhersage; Prognose›, a.O. 11 (2001) 1145–1166, 1150.

[60] P.-S. de Laplace: Rech. sur l'intégration des équations différentielles aux différences finies et sur leur usage dans la théorie des hasards. Mém. de l'Acad. Royale des Sci. de Paris 7 (1776). Oeuvr. compl., a.O. [54] 8, 69–197, bes. 145; ähnlich: D. Hume: An enqu. conc. human understanding § 48 (1748, ^{3}1777), hg. P. H. Nidditch (Oxford 1975) 56.

[61] a.O.; vgl. Suite du mém. sur les approximations des formules qui sont fonctions de très grands nombres (1786), a.O. 10 (1894) 295–338, bes. 295f.

[62] Théorie analyt. des probabilités (Paris 1812, ^{3}1820), a.O. 7 (1886).

[63] Essai philos. sur les probabilités (Paris 1795, ^{6}1840); erweitert als ‹Introduction› in: Théorie analyt., a.O. V–CLIII; dtsch.: Philos. Versuch über die W., hg. R. von Mises (1932, ND 1996).

[64] a.O. XI–XXI.

[65] XI; vgl. aber die abweichende Definition in: Mém. sur les suites récurro-récurrentes et sur leurs usages dans la théorie des hasards. Mém. de l'Acad. Royale des Sci. de Paris 6 (1774). Oeuvr. compl., a.O. [54] 8, 3–24, bes. 10f.

[66] Théorie analyt., a.O. [62] 181f.

[67] Mém., a.O. [54] 27.

[68] Essai philos., a.O. [63] VIII.

[69] J. von Kries: Die Principien der W.-Rechnung (1886, ^{2}1927) 5–15.

[70] J. M. Keynes: A treat. on probability (London 1921) 21–64.

[71] Vgl. Stigler, a.O. [48] 131–138; Wald, a.O. [7] 425–467.

[72] Laplace: Essai philos., a.O. [63] CLIII (frz.)/170f. (dtsch.).

[73] G. L. Buffon: Essai d'arithmét. morale, in: Suppl. à l'Hist. naturelle 4 (Paris 1777) 46–148.

[74] Vgl. Schneider, a.O. [1] 485f.

[75] Vgl. G. Jorland: The Saint Petersburg Paradox 1713–1937, in: L. Krüger/L. J. Daston/M. Heidelberger/M. S. Morgan (Hg.): The probabilistic revolution 1–2 (Cambridge, Mass./London 1987/89) 1, 157–190.

[76] J. le R. d'Alembert: Art. ‹Croix ou Pile›, in: Encycl. ou Dict. raisonné des sciences, des arts et des métiers 4 (Paris 1754, ND 1966) 512–513, bes. 513.

[77] Doutes et questions sur le calcul des probabilités (1770). Oeuvr. compl. 1 (Paris 1821, ND Genf 1967) 451–462.

[78] Vgl. Daston, a.O. [44] 106f.; Pearson, a.O. [8] 506–573.

[79] Vgl. Hauser, a.O. [3] 221–226.

[80] Jacob Bernoulli: Medit., a.O. [9]; Ars conject., a.O. [4].

[81] N. Bernoulli: De usu ..., a.O. [31].

[82] D. Bernoulli: Essai d'une nouvelle analyse de la mortalité causée par la petite vérole, et des avantages de l'inoculation pour la prévenir. Hist. et Mém. de l'Acad. Royale des Sci. de Paris (1760, publ. 1766) 1–45, in: Werke, hg. Naturforsch. Ges. Basel 2 (Basel 1982) 235–267; vgl. Todhunter, a.O. [1] 224–228.

[83] P.-L. M. de Maupertuis: Lettres (1752). Oeuvr. 2 (Lyon 1768, ND 1965) bes. 309f. (Lettre XIV); vgl. Venus physique (1746, ^{2}1752), a.O. bes. 85–96; Système de la nature

(1751), a.O. bes. 159–184; hierzu auch: B. Glass: Maupertuis, pioneer of genetics and evolution, in: B. Glass/O. Temkin/W. L. Strauss (Hg.): Forerunners of Darwin: 1745–1859 (Baltimore 1959, ND 1968) 51–83, bes. 71f.

[84] D. Bernoulli: Rech. physiques et astron., sur le problème proposé ...: «Quelle est la cause physique de l'inclinaison des plans des orbites des planètes par rapport au plan de l'équateur de la révolution du soleil autour de son axe; et d'ou vient que les inclinaisons des ces orbites sont différentes entre elles?» Recueil des pièces qui ont remportés les prix de l'Académie des Sci. 3 (1752) 93–122 (frz.) bzw. 123–145 (lat. Orig.).

[85] Hauser, a.O. [3] 193–196, bes. 195; vgl. auch: E. J. Aiton: The vortex theory of planetary motions (London/New York 1972) 235–239.

[86] D. Bernoulli, a.O. [84] 96f.

[87] Vgl. I. Newton: Opticks (London 1704, 41730, ND New York 1979) 402 (qu. 31).

[88] Vgl. Hauser, a.O. [3] 194–196; hierzu auch: B. Gower: Planets and probability: Daniel Bernoulli on the inclinations of the planetary orbits. Studies Hist. Philos. Sci. 18 (1987) 441–454, bes. 447–454 (zur Kritik d'Alemberts an Bernoulli).

[89] J. H. Lambert: Neues Organon oder Gedanken über die Erforschung und Bezeichnung des Wahren und dessen Unterscheidung vom Irrthum und Schein 2 (1764) 26ff. 202ff.; vgl. Hauser, a.O. [3] 200–205.

[90] J. Mitchell: An inqu. into the probable parallax, and magnitude of the fixed stars, from the quantity of light which they afford us, and the particular circumstances of their situation. Philos. Transactions of the Royal Soc. 57 (1764) Part I, 234–264; vgl. Hauser, a.O. [3] 205–210.

[91] Vgl. Stigler, a.O. [48] 1–61. 139–158. 374–398 (Lit.).

[92] R. Cotes: Aestimatio errorum in mixta mathesi per variationes partium trianguli plani et spherici, in: Harmonia mensurarum, sive analysis et synthesis per rationum et angulorum mensuras promotae, hg. R. Smith (Cambridge 1722) 1–22; vgl. Schneider, a.O. [1] 216 (Auszug).

[93] Th. Simpson: A letter to the Right Honourable George Earl of Macclesfield, President of the Royal Society, on the advantage of taking the mean of a number of observations, in practical astronomy. Philos. Transactions of the Royal Soc. 49 (1755) 82f.; auch in: Miscellaneous tracts on some curious and very interesting subjects in mechanics, physical astronomy ... and speculative mathematics (London 1757) 65–75; vgl. auch: Schneider, a.O. [1] 221–227 (Auszüge).

[94] Vgl. zur Frühgeschichte bes. E. Knobloch: Zur Genese der Fehlertheorie, in: A. Heinekamp (Hg.): Mathesis rationis. Festschr. H. Schepers (1990) 301–327.

[95] Th. Mayer: Abh. über die Umwalzung des Mondes um seine Axe und die scheinbare Bewegung der Mondsflecken, in: Kosmographische Nachrichten und Sammlungen auf das Jahr 1748 (1750) 52–183.

[96] D. Bernoulli: Diiudicatio maxime probabilis plurium observationum discrepantium atque verisimillima inductio inde formanda. Acta Acad. Scientiarum Imperialis Petropolitanae 1777 (1778) Pars I, 3–23. Werke, a.O. [82] 2 (1982) 361–375.

[97] L. Euler: Rech. sur la question des inégalités du mouvement de Saturne et Jupiter (1749). Op. omn. II/25 (Basel 1960) 45–157; Observationes in praecedentem dissertationem illustr. Bernoulli, in: Acta Acad., a.O. 24–33. Op. omn. I/7 (1923) 425–434; vgl. O. B. Sheynin: On the math. treatment of observations by L. Euler. Arch. Hist. exact Sci. 9 (1972/73) 45–56.

[98] J. H. Lambert: Photometria sive de mensura et gradibus luminis, coloris et umbrae §§ 271ff. (1760) 129ff.; vgl. O. B. Sheynin: J. H. Lambert's work on probability. Arch. Hist. exact Sci. 7 (1970/71) 244–256, bes. 249–255.

[99] R. J. Boscovich/Ch. Maire: De litteraria expeditione per Pontificiam ditionem ad dimetiendos duos Meridiani gradus (Rom 1755); erweitert und ins Frz. übers. als: Voyage astronom. et geograph., dans l'état de l'eglise (Paris 1770); vgl. O. B. Sheynin: R. J. Boscovich's work on probability. Arch. Hist. exact Sci. 9 (1972/73) 306–324, hier: 306–316.

[100] J. L. Lagrange: Mém. sur l'utilité de la méthode de prendre le milieu entre les résultats de plusieurs observations ..., in: Miscellanea Taurinensia 5 (1776) 167–232. Oeuvr., hg. A. Serret/G. Darboux 2 (Paris 1868) 173–236; vgl. L. Euler: Eclaircissemens sur la mém. de Mr. De La Grange ... (1788). Op. omn. I/7 (1923) 425–434; hierzu auch: Sheynin, a.O. [97] 45–47.

[101] Vgl. Laplace, a.O. [54] und [56]; Mém. sur l'application du calcul des probabilités aux observations (1819). Oeuvr. compl., a.O. [54] 14 (1912) 301–304; C. C. Gillispie: Mém. inéd. ou anonymes de Laplace sur la théorie des erreurs ... Rev. Hist. Sci. 32 (1979) 223–279; O. B. Sheynin: Laplace's theories of errors. Arch. Hist. exact Sci. 17 (1977) 1–61.

[102] A. M. Legendre: Nouvelles méthodes pour la détermination des orbites des comètes (Paris 1805, ^{2}1820); vgl. O. B. Sheynin: Math. treatment of astronom. observations. Arch. Hist. exact Sci. 11 (1973) 97–126, bes. 123f.; Stigler, a.O. [48] 12–15.

[103] C. F. Gauss: Theoria motus corporum coelestium II, sect. III (1809). Werke 7 (1906) 236–257; dtsch. in: Abh. zur Methode der kleinsten Quadrate, hg. A. Börch/P. Simon (1887, ND 1964) 92–117; Bestimmung der wahrscheinlichen Fehler der Resultate der Methode der kleinsten Quadrate (o.J.). Werke, a.O. 7, 307–309; Bestimmung der Genauigkeit der Beobachtungen (1816), a.O. 4 (1873) 109–117; ND, in: Abh., a.O. 129–138; Theoria combinationis observationum erroribus minimis obnoxiae (1821, publ. 1823). Werke, a.O. 4 (1873) 1–53; dtsch. in: Abh., a.O. 1–53; Supplementum theoriae combinationis ... (1826). Werke, a.O. 4, 55–93; dtsch. in: Abh., a.O. 54–91; vgl. auch: O. B. Sheynin: C. F. Gauss and the theory of error. Arch. Hist. exact Sci. 20 (1979) 21–72.

[104] Boscovich/Maire: Voyage astron., a.O. [99] 501 (App. von Boscovich).

[105] C. F. Gauss: Selbstanzeige der ‹Theoria combinationis› (1821). Werke, a.O. [103] 4,

95–104, bes. 96.

[106] a.O. 99.

[107] P.-S. de Laplace: Mém. sur les approximations des formules qui sont fonctions de très grands nombres et sur leur application aux probabilités. Mém. de l'Acad. des Sci. de Paris (1809, publ. 1810) 353–415. 559–565. Oeuvr. compl., a.O. [54] 12 (1912) XXX. 301–353.

[108] Vgl. Schneider, a.O. [1] 219f.; Stigler, a.O. [48] 136–158.

[109] Hierzu gehören: S. D. Poisson, a.O. [26]; A. A. Cournot: Expos. de la théorie des chances et des probabilités (Paris 1843). Oeuvr. compl., hg. A. Robinet/B. Bru 1 (Paris 1984); A. Quetelet: Théorie des probabilités (Brüssel 1853); J. Bertrand: Calcul des probabilités (Paris 1889, ^{2}1907, ND New York 1972); H. Poincaré: Calcul des probabilités (Paris 1896, ^{2}1912); für eine Schulbildung in Rußland vgl. L. E. Maistrov: Probability theory. A hist. sketch (New York 1974, zuerst russ.: Moskau 1967) 161–224.

[110] Poisson, a.O. [26]; vgl. O. B. Sheynin: S. D. Poisson's work in probability. Arch. Hist. exact Sci. 18 (1977/78) 245–300, bes. 270–273.

[111] Sheynin, a.O. 273–275; vgl. Schneider, a.O. [1] 119–121. 152–177.

[112] Vgl. I. Hacking: The taming of chance (Cambridge 1990, ND 1992) 95–104.

[113] Vgl. I. Grattan-Guinness: Joseph Fourier: 1768–1830. A survey of his life and work ... (Cambridge, Mass.u.a. 1972) 486f.; vgl. Hacking, a.O. 97.

[114] Poisson: Lehrb., a.O. [26] 2 (§ 1); vgl. auch: S. F. Lacroix: Traité élém. du calcul des probabilités (Paris 1816, ^{3}1833) 69.

[115] a.O. 2 (§ 2).

[116] a.O.

[117] 2f. (§ 2); 4 (§ 2).

[118] Cournot, a.O. [109] 5f. (Anm.).

[119] a.O. 5 (Préf.).

[120] 106 (§ 86); vgl. 58–63 (§§ 44–48); 110–115 (§§ 91–95); 287–289 (§ 240, ‹Résumé›).

[121] 125 (§ 106).

[122] R. L. Ellis: On the foundations of the theory of probabilities. Transact. of the Cambridge philos. Soc. 8 (1844, publ. 1849) 1–6, bes. 6 bzw. 3; Remarks on the fundamental principle of the theory of probabilities, a.O. 9 (1854, publ. 1856) 605–607.

[123] Vgl. Hacking, a.O. [112]; L. Krüger: The slow rise of probabilism: Philos. arguments in the 19th cent., in: Krüger/Daston/Heidelberger (Hg.), a.O. [75] 1, 59–89, bes. 68–71; L. J. Daston: How probabilities came to be objective and subjective. Historia

mathematica 21 (1994) 330–344; Th. M. Porter: The rise of statistical thinking 1820–1900 (Princeton 1986) 71–88.

[124] De Morgan, a.O. [48] 7.

[125] a.O. 118f.; vgl. Porter, a.O. [123] 75f.

[126] Formal logic: or the calculus of inference necessary and probable (London 1847, ND 1926) 171. 173.

[127] Vgl. Howson/Urbach, a.O. [51] 75–96.

[128] G. Boole: An investig. of the laws of thought on which are founded the math. theories of logic and probabilities (London 1854). Coll. log. works 2 (Chicago 1952) 28; vgl. auch: 14f. 312 (zur Häufigkeitsinterpretation); vgl. auch: Studies in logic and probability, a.O. 1 (LaSalle, Ill. 1952); vgl. T. Hailperin: Boole's logic and probability (Amsterdam 1976, ^{2}1986).

[129] Investig., a.O. 177.

[130] a.O. 262.

[131] Vgl. etwa: Keynes, a.O. [70] 5 (ch. I, § 4).

[132] J. Venn: The logic of chance (London 1866, ^{3}1888, ND New York 1962); vgl. Keynes, a.O. 79–91.

[133] Ellis: Remarks, a.O. [122] 606; vgl. Venn, a.O. 9.

[134] Venn, a.O. 55 (ch. III, § 3).

[135] a.O. 239 (ch. X, § 3); vgl. Krüger, a.O. [123] 71.

[136] Vgl. Porter, a.O. [123], bes. 71–88.

[137] a.O. 152–162; Hacking, a.O. [112] 142–148; I. Schneider: Laplace and thereafter: The status of probability theory in the 19th cent., in: Krüger/Daston/Heidelberger (Hg.), a.O. [75] 1, 191–214, bes. 195–202.

[138] Vgl. E. Knobloch: Emile Borel as a probabilist, in: Krüger/Daston/Heidelberger (Hg.), a.O. [75] 1, 215–233, bes. 215f.

[139] H. Poincaré: Calcul des probabilités, hg. A. Quiquet (Paris 1898) 1; die Passage findet sich nicht mehr in der späteren Aufl. (Paris ^{2}1912).

[140] R. von Mises: W., Statistik und Wahrheit, 3. Vortrag (1928, ^{4}1972) 76–129, bes. 79–83.

[141] von Kries, a.O. [69] 1–23; vgl. M. Heidelberger: Origins of the logical theory of probability: von Kries, Wittgenstein, Waismann. Int. Studies Philos. Sci. 15 (2001) 177–182, bes. 177f.

[142] Keynes, a.O. [70] bes. 87f.

[143] Bertrand, a.O. [109] 1–22.

[144] d'Alembert, a.O. [76].

[145] G. Boole: On the conditions by which the solutions of questions in the theory of probabilities are limited (1854). Coll. log. works, a.O. [128] 1, 280–288, bes. 288; vgl. auch: Reply to some observations by Mr. Wilbraham on the theory of chances (1854), a.O. 274–278; vgl. auch: Schneider, a.O. [1] 352f.

[146] Vgl. Schneider, a.O. [137] 206–211, bes. 206. 210.

[147] D. Hilbert: Mathemat. Probleme, 6. Probl. Nachr. Kgl. Ges. Wiss.en Götttingen, math.-phys. Kl. 3 (1900) 253–297, in: Ges. Abh. (1935) 3, 290–329, hier: 306; auch in: H. Wussing (Hg.): Die Hilbertschen Probleme (Leipzig 1971, orig. Moskau 1969) 47–49.

[148] A. Quetelet: Sur l'homme et le développement de ses facultés, ou Essai de physique sociale (Paris 1835); NA u.d.T.: Physique sociale, ou, Essai sur l'homme et le développement de ses facultés (Brüssel ^{2}1869); dtsch.: Ueber den Menschen und die Entwicklung seiner Fähigkeiten, oder Versuch einer Physik der Gesellschaft (1838).

[149] Porter, a.O. [123] 47.

[150] Quetelet, a.O. [148]; vgl. zu Quetelet auch: P. Lazarsfeld: Notes on the hist. of quantification in sociology – trends, sources and problems. Isis 52 (1961) 277–333; Stigler, a.O. [48] 161–220; Porter, a.O. 17–146.

[151] Lazarsfeld, a.O.; Stigler, a.O. [48] 161–220; Porter, a.O. 17–146.

[152] Vgl. Maistrov, a.O. [109] 161.

[153] A. Quetelet: Sur l'appréciation des documents statistiques. Bull. de la Commission centrale de Statistique 2 (Brüssel 1844) 205–286.

[154] Porter, a.O. [123] 55.

[155] G. Th. Fechner: Elemente der Psychophysik 1–2 (1860); vgl. Stigler, a.O. [48] 239–261; M. Heidelberger: Fechner's indeterminism: From freedom to laws of chance, in: Krüger/Daston/Heidelberger (Hg.), a.O. [75] 1, 117–156.

[156] F. Galton: Hereditary genius: An inqu. into its laws and consequences (London 1869, ^{2}1892).

[157] Vgl. Stigler, a.O. [48] 263–361; vgl. auch: Pearson/Kendall (Hg.), a.O. [41].

[158] G. Mendel: Versuche über Pflanzenhybriden (1865), hg. F. Weiling (1970); vgl. G. Gigerenzer: The empire of chance (Cambridge u.a. 1989) 141–152; dtsch.: Das Reich des Zufalls (1999).

[159] Ch. Darwin: On the origin of species by means of natural selection, or the preservation of favoured races in the struggle of life (London 1859, ND Cambridge, Mass. 1964); vgl. Gigerenzer, a.O. 152–162.

[160] Vgl. S. Brush: The kind of motion we call heat 1–2 (Oxford/New York 1976) 1, 35–51; L. Sklar: Physics and chance. Philos. issues in the foundations of statistical mechanics (Cambridge, Mass. 1993, ^{2}1995) 18.

[161] D. Bernoulli: De affectionibus atque motibus fluidorum elasticorum, praecipue autem aeris (1738), dtsch.: Hydrodynamik oder Kommentare über die Kräfte und Bewegungen der Flüssigkeiten 10, hg. K. Flierl (1963) 198–238; vgl. Brush, a.O. 1, 22 (Anm.); J. von Plato: Creating modern probability. Its mathematics, physics and philosophy in hist. perspective (Cambridge, Mass. 1994, ^{2}1995) 71.

[162] W. Herapath: A math. inqu. into the causes, laws and principal phenomena of heat, gases, gravitation, etc. (London 1820) 107–113.

[163] Anon. [J. Waterston]: An essay on the physiology of the central nervous system (Edinburgh 1843); vgl. Brush, a.O. [160] 134–156.

[164] Vgl. Brush, a.O. 20f., 401; Sklar, a.O. [160] 28f.

[165] a.O. 35. 69–75. 489; Sklar, a.O. 29f.

[166] Vgl. von Plato, a.O. [161] 72.

[167] A. Krönig: Grundzüge einer Theorie der Gase. Annalen der Physik und Chemie 175 (1856) 315–322.

[168] R. Clausius: Ueber die Art der Bewegung, welche wir Wärme nennen. Annalen der Physik 176 (1857) 353–380.

[169] Ueber die mittlere Länge der Wege, welche bei der Molecularbewegung gasförmiger Körper von den einzelnen Molecülen zurückgelegt werden; nebst einigen Bemerkungen über die mechanische Wärmetheorie. Annalen der Physik 181 (1858) 239–258; vgl. Porter, a.O. [123] 116f.

[170] a.O. [168] 353f.

[171] a.O. [169] 245.

[172] Vgl. J. C. Maxwell: On the dynamical evidence of the molecular constitution of bodies (1875), in: The scient. papers of James Clerk Maxwell, hg. W. D. Niven 1–2 (Cambridge 1890, ND New York 1965) 2, 418–438, bes. 426f.; Molecules (1867), a.O. 357–377, bes. 365.

[173] J. Herschel: Quetelet on probabilities. Edinburgh Review 92 (1850) 1–57; ND, in: Essays from the Edinburgh and Quart. Reviews ... (London 1857) 365–465; vgl. Maxwell: Molecules, a.O. 376, sowie: Letter to R. B. Litchfield (7. 2. 1858), in: L. Campbell/W. Garnett: The life of James Clerk Maxwell (London 1882, ^{2}1884, ND New York/London 1969) 301–303, bes. 302; C. C. Gillispie: Intellectual factors in the background of analysis by probabilities, in: A. C. Crombie (Hg.): Scient. change (London 1963) 431–453, bes. 450.

[174] H. T. Buckle: Hist. of civilization in England 1 (London 1857); vgl. J. C. Maxwell: Letter to Lewis Campbell (22. 12. 1857), in: Campbell/Garnett, a.O. 293–297, bes. 294f.

[175] Vgl. Herschel, a.O. [173] 8. 14. 23. 29. 42; J. C. Maxwell: Illustrations of the dynamical theory of gases (1860), in: The scient. papers, a.O. [172] 1, 377–409, bes. 382; Porter, a.O. [123] 118–121, bes. 123; Brush, a.O. [160] 183–188; von Plato, a.O. [161] 73f.; Y. M. Guttmann: The concept of probability in statistical physics (Cambridge, Mass. 1999) 12f. 211f.

[176] Maxwell, a.O. 379.

[177] L. Boltzmann: Analyt. Beweis des zweiten Hauptsatzes der mechanischen Wärmetheorie aus den Sätzen über das Gleichgewicht der lebendigen Kraft (1871), in: Wiss. Abh., hg. F. Hasenöhrl 1–3 (Leipzig 1909) 1, 288–308; Weitere Studien über das Wärmegleichgewicht unter Gasmolekülen (1872), a.O. 316–402; Bemerkungen über einige Probleme der mechanischen Wärmetheorie 2 (1877), a.O. 112–148.

[178] Maxwell: On the dynamical evidence ..., a.O. [172].

[179] J. Loschmidt: Ueber den Zustand des Wärmegleichgewichts eines Systems von Körpern mit Rücksicht auf die Schwerkraft. S.ber. Kaiserl. Akad. Wiss. Wien II/73 (1876) 128–142; vgl. von Plato, a.O. [161] 87f.

[180] L. Boltzmann: Über die Beziehung zwischen dem zweiten Hauptsatze der mechanischen Wärmetheorie und der W.-Rechnung respektive den Sätzen über das Wärmegleichgewicht (1877), in: Wiss. Abh., a.O. [177] 2, 164–223, bes. 165.

[181] Der zweite Hauptsatz der mechanischen Wärmetheorie (1886), in: Populäre Schr. (1905) 25–49, bes. 37.

[182] J. W. Gibbs: Elementary principles in statistical mechanics (New Haven 1902, ND New York 1962); dtsch.: Elementare Grundlagen der statistischen Mechanik, dtsch. bearb. E. Zermelo (1905).

[183] Vgl. Schneider, a.O. [1] 303.

[184] Gibbs, a.O. [182] VI.

[185] a.O. 8. 15.

[186] X.

[187] A. Einstein: Kinetische Theorie des Wärmegleichgewichtes und des zweiten Hauptsatzes der Thermodynamik. Annalen Physik, 5. Folge, 9 (1902) 417–433; vgl. auch: Eine Theorie der Grundlagen der Thermodynamik, a.O. 11 (1903) 170–187; zu Gibbs und Einstein vgl. von Plato, a.O. [161] 114–123, bes. 114f.; für eine ‘kanonische’ Darstellung des Problemstandes der Zeit vgl. P./T. Ehrenfest: Begriffliche Grundlagen der statistischen Auffassung in der Mechanik, in: Enzykl. der math. Wiss. mit Einschluss ihrer Anwendungen, hg. im Auftrage der Akad. der Wiss. Göttingen, Leipzig, München, Wien IV/4 (1911) 1–90.

[188] a.O. 152f.

[189] C. F. von Weizsäcker: Der zweite Hauptsatz und der Unterschied von Vergangenheit und Zukunft. Annalen der Physik, 5. Folge, 36 (1939) 275–283; ND, in: Die Einheit der

Natur (1971, ND 1995) 172–182, bes. 180–182; vgl. 173.

[190] M. Drieschner: Voraussage – W. – Objekt (1979) 60–91, 73f.; vgl. hierzu auch: Art. ‹Voraussage; Vorhersage; Prognose›. Hist. Wb. Philos. 11 (2001) 1145–1166, 1155.

[191] M. von Smoluchowski: Über den Begriff des Zufalls und den Ursprung der W.-Gesetze in der Physik. Die Naturwiss.en 6 (1918) 253–263; ND, in: Schneider, a.O. [1] 79–98, bes. 98 (Anm.) bzw. 97.

[192] H. Poincaré: La science et l'hypothèse (Paris 1902, ND 1914) 213–244, bes. 214.

[193] a.O. 216f.; vgl. a.O. [139].

[194] G. Bohlmann: Ueber Versicherungsmathematik, in: Über angewandte Mathematik und Physik in ihrer Bedeutung für den Unterricht der höheren Schulen, hg. F. Klein/E. Riecke (1900) 114–145, bes. 123–125; vgl. Hilbert, a.O. [147] 47 (Anm.); vgl. auch: Schneider, a.O. [1] 353–355.

[195] D. Hilbert: Axiomat. Denken (1917). Mathemat. Annalen 78 (1918) 405–415, in: Ges. Abh. 3 (1935, 21970) 146–156; vgl. Art. ‹Axiom II.›. Hist. Wb. Philos. 1 (1971) 741–748, bes. 747; Art. ‹Axiomatik›, a.O. 748–751, bes. 750.

[196] R. Laemmel: Unters. über die Ermittlung von W.en. Diss. Zürich (1904); vgl. Schneider, a.O. [1] 359–366 (Auszüge); U. Broggi: Die Axiome der W.-Rechnung. Diss. Göttingen (1907); vgl. Schneider, a.O. 367–377 (Auszüge); für weitere Ansätze vgl. Th. Hochkirchen: Die Axiomatisierung der W.-Rechnung und ihre Kontexte. Von Hilberts sechstem Problem zu Kolmogoroffs Grundbegriffen (1999) 133–266.

[197] E. Borel: Les probabilités dénombrables et leurs applications arithmétiques. Rendiconti del Circolo Matemat. di Palermo 27 (1909) 247–270; vgl. Knobloch, a.O. [138] 24.

[198] A. Lomnicki: Nouveaux fondements du calcul des probabilités. Fundamenta Mathematica 4 (1923) 34–71; H. Steinhaus: Les probabilités dénombrables et leur rapport à la théorie de la mesure, a.O. 286–310; vgl. M. Loève: W.-Rechnung, in: J. Dieudonné: Abrégé d'hist. des mathématiques 1700–1900 (Paris 1978); dtsch.: Gesch. der Math. 1700–1900. Ein Abriß (1985) 716–747, bes. 718f.

[199] Vgl. Schneider, a.O. [137].

[200] B. V. Gnedenko: Zum sechsten Hilbertschen Problem (1969), in: Hilbert, a.O. [147] 145–150, bes. 148.

[201] R. von Mises: Grundlagen der W.-Rechnung. Math. Z. 5 (1919) 52–99, bes. 53.

[202] a.O. 53f.; vgl. a.O. [140]; vgl. auch: Vorles. aus dem Gebiete der angewandten Math. I, W.-Rechnung und ihre Anwendung in der Statistik und theoret. Physik (1931) 10–19; vgl. 21–27.

[203] Schneider, a.O. [1] 358.

[204] H. Reichenbach: Axiomatik der W.-Rechnung. Math. Z. 34 (1932) 568–619; vgl. auch:

W.-Lehre (Leiden 1935).

[205] A. N. Kolmogoroff: Grundbegriffe der W.-Rechnung (1933, ND 1973) III; zu Kolmogoroff vgl. A. N. Shiryaev: Kolmogorov: Live and creative activities. Annals Probability 17 (1989) 866–944.

[206] a.O. 2.

[207] a.O.

[208] ebda.

[209] ebda.

[210] a.O. 1.

[211] 11–13; vgl. A. A. Markoff: Ausdehnung der Sätze über die Grenzwerte der W.-Rechnung auf eine Summe verketteter Grössen (1912, orig. russ. 1908).

[212] R. von Mises: Kleines Lehrb. des Positivismus (Den Haag 1939); engl.: Positivism (Cambridge, Mass. 1951).

[213] Kolmogoroff, a.O. [205] 3 (Anm.); vgl. dagegen: von Plato, a.O. [161] 223f.

[214] Vgl. B. L. van der Waerden: Der Begriff W. Studium Generale 4 (1951) 65–68, bes. 67f.

[215] Kolmogoroff, a.O. [205] 3–5, bes. 4.

[216] a.O. 8.

[217] 8f.

[218] Vgl. Schneider, a.O. [1] 358.

[219] Loève, a.O. [198] 720.

[220] E. Hopf: On causality, statistics and probability. J. Mathematics Physics 13 (1934) 51–102.

[221] J. L. Doob: Probability and statistics. Transact. Amer. math. Soc. 36 (1934) 759–777.

[222] W. Feller: Zur Theorie der stochast. Prozesse. Math. Annalen 13 (1936) 113–160; vgl. An introd. to probability theory and its applications 1–2 (New York/London/Sidney 1950, ^{2}1957) 121f.

[223] Vgl. Hochkirchen, a.O. [196] 376–378; von Plato, a.O. [161] 230–233.

[224] G. Shafer: Nonadditive probabilities in the work of Bernoulli and Lambert. Arch. Hist. exact Sci. 19 (1978) 309–370.

[225] Vgl. etwa: B. de Finetti: Probability, induction and statistics (London u.a. 1972) 68f. 249–251 (Lit.); zum Problem vgl. allgemein: T. Seidenfeld: Remarks on the theory of conditional probability, in: F. Hendricks/S. A. Pedersen/K. F. Jørgensen (Hg.): Probabilitytheory (Dordrecht 2001) 167–178.

[226] Für einen Überblick vgl. Loève, a.O. [198] 721–747.

[227] Vgl. H.-G. Schöpf: Von Kirchhoff bis Planck. Theorie der Wärmestrahlung in hist.-krit. Darst. (1978) bes. 99–105; J. Mehra/H. Rechenberg: The hist. development of quantum theory 1–6 + Suppl. (New York 1982–2001) 1/1 (1982) 23–59; S.-I. Tomonaga: Quantum mechanics 1–2 (Amsterdam 1962–66) 1, 32–34.

[228] M. Planck: Dynamische und statist. Gesetzmäßigkeit (1914), in: Vorträge und Erinnerungen (1933, ^{5}1949, ND 1970) 81–94, bes. 91; vgl. Die Entstehung und bisherige Entwicklung der Quantentheorie (1920), a.O. 125–138, bes. 129–136; Kausalgesetz und Willensfreiheit (1923) 139–168, bes. 156.

[229] F. Exner: Vorles. über die physikal. Grundlagen der Naturwiss., 94. Vorles. (1917, ^{2}1922) 708–714, bes. 709.

[230] a.O. 708.

[231] A. Einstein: Zur Quantentheorie der Strahlung. Mitteil. der Physikal. Ges. Zürich 18 (1916). Physikal. Z. 18 (1917) 121–128.

[232] Vgl. von Plato, a.O. [161] 143.

[233] Einstein, a.O. [231] 123.

[234] S. N. Bose: Plancks Gesetz und Lichtquantenhypothese. Übers. von A. Einstein. Z. Physik 26 (1924) 178–181.

[235] A. Einstein: Quantentheorie des einatomigen idealen Gases. S.ber. preuss. Akad. Wiss., phys.-math. Kl. (1925) 3–14, bes. 3.

[236] Vgl. A. Pais: Ich vertraue auf Intuition. Der andere Albert Einstein (1995) 75–82, bes. 77; Mehra/Rechenberg, a.O. [227] 1/2 (1982) 554–578; Tomonaga, a.O. [227] 2, 292–297.

[237] Bose, a.O. [234] 181 (Anm. des Übers. Einstein).

[238] Einstein, a.O. [235] 9.

[239] L. de Broglie: Rech. sur la théorie des quanta (Paris 1924); vgl. von Plato, a.O. [161] 146.

[240] M. Born/P. Jordan: Zur Quantenmechanik. Z. Physik 34 (1925) 858–888; M. Born/W. Heisenberg/P. Jordan: Zur Quantenmechanik II. Z. Physik 34 (1925) 557–617.

[241] M. Born: Quantenmechanik der Stoßvorgänge (1926), in: Ausgew. Abh. 2 (1963) 233–257, bes. 233.

[242] a.O. 233; vgl. Mehra/Rechenberg, a.O. [227] 6/1 (2000) 36–52.

[243] a.O. 231.

[244] 234.

[245] 256.

[246] 234 (Anm.).

[247] Vgl. von Plato, a.O. [161] 153; N. Cartwright: Max Born and the reality of quantum probabilities, in: L. Krüger/G. Gigerenzer/M. S. Morgan (Hg.): Ideas in the sciences: The probabilistic revolution (Cambridge, Mass. 1987, ND 1989) 409–416.

[248] Vgl. W. Pauli: Br. an Heisenberg (19. 10. 1926), in: A. Hermann/K. von Meyenn/V. F. Weisskopf (Hg.): Wolfgang Pauli. Wiss. Briefwechsel mit Bohr, Einstein, Heisenberg 1: 1919–1929 (1979) 340–349, bes. 347f.; Heisenberg: Br. an Pauli (28. 10. 1926), a.O. 349–352, bes. 349f.

[249] W. Heisenberg: Über den anschaulichen Inhalt der quantentheoret. Kinematik und Mechanik. Z. Physik 43 (1927) 172–198, bes. 172.

[250] Vgl. von Plato, a.O. [161] 161.

[251] M. Born: Quantenmechanik und Statistik (1927), in: Ausgew. Abh., a.O. [241] 299–309, bes. 309; vgl. auch: P. Jordan: Über eine neue Begründung der Quantenmechanik. Z. Physik 40 (1927) 809–838, bes. 838; Über quantenmechan. Darstellung von Quantensprüngen, a.O. 661–666, bes. 665f.

[252] M. Planck: Die Kausalität in der Natur (1932), in: Vorträge, a.O. [228] 250–269, bes. 268; Das Weltbild der neuen Physik (1929), a.O. 206–227, bes. 222–224.

[253] A. Einstein: Zur Methodik der theoret. Physik (1930), in: Mein Weltbild (Amsterdam 1934, ^{3}1956, ND 1974) 113–119, bes. 118.

[254] Br. an M. Born (4. 12. 1926), in: Albert Einstein, Hedwig und Max Born. Briefwechsel 1916–1955, hg. M. Born (1969) 129f.

[255] a.O. [253] 118; vgl. Br. an M. Born (22. 3. 1934), a.O. [254] 169f.; für weitere Belege vgl. A. Pais: ‘Subtle is the Lord ...’. The science and the life of Albert Einstein (Oxford 1982); dtsch.: ‘Raffiniert ist der Herrgott ...’: Albert Einstein; eine wiss. Biographie (1986) 427–466.

[256] A. Einstein/B. Podolsky/N. Rosen: Can quantum mechanical description of reality be considered complete? Physical Review 47 (1935) 777–780.

[257] Vgl. etwa: M. Redhead: Incompleteness, nonlocality, and realism: A prolegomena to the philosophy of quantum mechanics (Oxford 1989, ND 1992).

[258] J. S. Bell: On the Einstein-Podolsky-Rosen paradox. Physics 1 (1964) 195–200; vgl. auch: Speakable and unspeakable in quantum mechanics (Cambridge u.a. 1987).

[259] Vgl. C. Held: Die Bohr-Einstein-Debatte (1998).

[260] W. Heisenberg: Physik und Philos. (1959, ND 1973) 25; vgl. Die physikal. Prinzipien der Quantentheorie (1930) 42–49; Die Begriffsentwicklung in der Gesch. der Quantenmechanik (1973), in: Tradition in der Wiss. Reden und Aufsätze (1977) 25–42, bes. 30–36; Die Anfänge der Quantenmechanik in Göttingen (1975), a.O. 43–60, bes. 51–59.

[261] a.O.

[262] C. F. von Weizsäcker: Kontinuität und Möglichkeit (1951), in: Zum Weltbild der Physik (1943, ^{6}1954) 211–239, bes. 237f.

[263] a.O. 237.

[264] 236; vgl. Das Verhältnis der Quantenmechanik zur Philos. Kants (1941), a.O. 80–117, bes. 86–90; Aufbau der Physik (1985) 100–118. 287–378.

[265] G. Birkhoff/J. von Neumann: The logic of quantum mechanics. Annals Math. 37 (1936) 823–843.

[266] W. Pauli: W. und Physik (1952), in: Aufsätze und Vorträge über Physik und Erkenntnistheorie (1961) 18–23, bes. 20; vgl. etwa: R. P. Feynman/A. R. Hibbs: Quantum mechanics and path integrals (New York u.a. 1965) 1–9.

[267] Th. Dobzhansky: Genetics and the origin of species (New York 1937); dtsch.: Die genet. Grundlagen der Artbildung (1939) bes. 9–25. 104–134; vgl. J. Beatty: Dobzhansky and drift: Facts, values, and chance in evolutionary biology, in: Krüger/Gigerenzer/Morgan (Hg.), a.O. [247] 271–311.

[268] Vgl. M. Weber: Die Architektur der Synthese. Entstehung und Philos. der modernen Evolutionstheorie (1998) 102–132.

[269] Vgl. G. Gigerenzer: The probabilistic revolution in psychology – an overview, in: Krüger/Gigerenzer/Morgan (Hg.), a.O. [247] 7–9; Probabilistic thinking and the fight against subjectivity, a.O. 12–33; a.O. [158] 203–233.

[270] M. S. Morgan: The probabilistic revolution in economics – an overview, a.O. 135–137; C. Ménard: Why was there no probabilistic revolution in economic thought?, a.O. 139–146; R. A. Horváth: The rise of macroeconomic calculations in economic statistics, a.O. 147–169; M. S. Morgan: Statistics without probability and Haavelmo's revolution in econometrics, a.O. 171–197.

[271] A. Oberschall: The two empirical roots of social theory and the probability revolution, a.O. 103–131.

[272] G. Rohwer/U. Pötter: W.: Begriff und Rhetorik in der Sozialforschung (2002).

[273] Vgl. A. Diemer/G. König: Was ist Wissenschaft? in: A. Hermann/Ch. Schönbeck (Hg.): Technik und Wiss. (1991) 3–28, bes. 4f.