Herausgeber: Allgemeine Gesellschaft für Philosophie in Deutschland
in Verbindung mit dem
Institut für Philosophie, Wissenschaftstheorie, Wissenschafts- und Technikgeschichte
der Technischen Universität Berlin
Sekr. TEL 2
Ernst-Reuter-Platz 7, 10587 BERLIN
Telefon: (030) 314-22606, - 24841. Fax: (030) 314-25962
E-mail: ehkn0132@mailszrz.zrz.tu-berlin.de

ISBN 3 7983 1553 1

Druck: Offset-Druckerei Gerhard Weinert GmbH, 12099 BERLIN

Vertrieb: Technische Universität Berlin, Universitätsbibliothek
- Abt. Publikationen -
Straße des 17. Juni 135, 10623 BERLIN

Verkaufsstelle: Gebäude FRA-B (Berlin-Tiergarten, Franklinstr. 15, 1. OG.)
Telefon: (030) 314-22976, -23676, Fax: (030) 314-24743.

Allgemeine Gesellschaft für Philosophie in Deutschland e.V.
in Verbindung mit dem Institut für Philosophie,
Wissenschaftstheorie, Wissenschafts-
und Technikgeschichte
der TU Berlin

XVI. Deutscher
Kongreß für Philosophie

Neue Realitäten
Herausforderung der Philosophie

20.–24. September 1993
TU Berlin

Sektionsbeiträge II

Berlin 1993

Helmut Pulte, Bochum

Zum Niedergang des Euklidianismus in der Mechanik des 19. Jahrhunderts

1. Einleitung: Euklidianismus in der Mechanik

Schon in ihren frühen verbrieften Anfängen, seit Archytas von Tarent und Archimedes, wurde Mechanik nicht allein als eine praktische Gerätelehre, sondern auch als eine theoretische Wissenschaft aufgefaßt und betrieben. Mit dem *Anspruch*, ihr Wissen durch Angabe erster, unbezweifelbarer Prinzipien begründen zu können und ihrer axiomatisch-deduktiven *Methode* stand diese theoretische Mechanik von Beginn an in enger Verbindung zur Geometrie.

Während jedoch die Geometrie bereits in den *Elementen* des Euklid eine für die nächsten zwei Jahrtausende kanonische Form erhielt, die eben dieser Methode folgte und jenem Anspruch zu genügen *schien*, entstand eine ähnlich erfolgreiche Mechanik erst nach der Ausbildung eines neuzeitlichen Naturverständnisses und Erfahrungsbegriffes. Die wissenschaftstheoriegeschichtliche These, daß der euklidischen Geometrie bei der Entstehung der neuzeitlichen theoretischen Mechanik als Theorieideal eine entscheidende Bedeutung zukam, ließe sich im einzelnen belegen. Die wichtigsten Wegbereiter der theoretischen Mechanik des 16. und 17. Jahrhunderts, Galilei, Descartes, Newton, Leibniz und Huygens, waren diesem Ideal verpflichtet. Newton grenzt in den *Principia* die theoretische Mechanik als *rationale* von der praktischen Mechanik ab. Die Möglichkeit einer induktiv begründeten, aber *axiomatisch-deduktiv verfahrenden* Naturlehre beschreibt er in seinem zweiten Hauptwerk, den *Opticks*, so: "... wenn man aber aus den Erscheinungen zwei oder drei allgemeine Principien der Bewegung herleitet und dann angiebt, wie aus diesen klaren Principien die Eigenschaften und Wirkungen aller körperlichen Dinge folgen, so würde dies ein grosser Fortschritt in der Naturforschung sein, wenn auch die Ursachen dieser Principien noch nicht entdeckt wären."1)

Die Leitfunktion der Euklidischen Geometrie erhielt *durch* die Mechanik eine über dieselbe *hinausgehende* Bedeutung: Als der am weitesten fortgeschrittenen Naturwissenschaft wurde die rationale Mechanik im späten 18. und im 19. Jahrhundert nicht nur inhaltlich zur Basis aller physikalischer Disziplinen, sondern avancierte ihrerseits zum wissenschaftstheoretischen Ideal, das - zumindest in der *scientific community* der mathematischen Physiker - kaum bestritten wurde.

Diese knappen Hinweise mögen andeuten, daß es nicht nur systematisch plausibel, sondern auch historisch gerechtfertigt erscheint, eine wissenschaftstheoretische Position mit dem Begriff *Euklidianismus* zu belegen, die (nicht nur, aber auch) die Geschichte der Mathematik und mathematischen Physik, hier insbesondere der rationalen Mechanik, weitgehend geprägt hat. Das Theorieideal des Euklidianismus läßt sich mit Imre Lakatos beschreiben als "ein deduktives System mit einer unbezweifelbaren Wahrheitswertsetzung an der Spitze (einer endlichen Konjunktion von Axiomen) - so daß die Wahrheit von dort auf sicheren wahrheitserhaltenden Kanälen der gültigen Schlüsse das ganze System durchdringt."2) Die entscheidende Wahrheitswertsetzung findet also bei den *Axiomen* statt, und es ist der Fluß des Wertes 'wahr' *nach unten*, der eine euklidische Theorie von ihrem Gegenstück, der sog. 'quasi-empirischen' Theorie, unterscheidet: bei jener nämlich kann nur *Falschheit* von der 'untersten Ebene', den möglichen falsifizierenden Sätzen, *nach oben* zur 'Spitze' rückübertragen werden. Euklidische Theorien treten mit dem Anspruch von Sicherheit und Wahrheit auf, während quasi-empirische Theorien lediglich auf 'Bewährtheit' setzen dürfen und immer vermutungshaft bleiben.

Es ist für das folgende wichtig zu beachten, daß die wissenschaftstheoretische Zuordnung zu einem euklidischen oder quasi-empirischen Programm *nicht* durch ein erkenntnistheoretisches Urteil über den *Ursprung* der als wahr vorausgesetzten Sätze präjudiziert wird: Descartes, der die ersten Prinzipien seiner Mechanik als Vernunftwahrheiten ansah, und Newton, der seine *leges motus* als Ergebnisse der Induktion verstand, waren beide 'Euklidianisten', weil sie ihre ersten Sätze jeweils als unbezweifelbar wahr ansahen und an die Spitze ihrer axiomatisch-deduktiv organisierten Mechanik stellten. Das Trägheitsprinzip beispielsweise erfüllte seine Rolle als mechanisches Axiom unabhängig davon, ob es als Ausdruck der Unveränderlichkeit Gottes oder als verallgemeinerte, 'vernünftigerweise' nicht zu bezweifelnde Beobachtung ausgegeben wurde. Eine 'klassisch' eher dem Empirismus zuzuordnende Position wie diejenige Newtons ist also mit einem wissenschaftstheoretischen Euklidianismus durchaus verträglich, wenn dieser Empirismus auf die Sicherheit von Beobachtung bzw. Experiment und die Unfehlbarkeit der Induktion setzt.

An kritischen Einwänden gegen den Euklidianismus mangelt es bekanntlich nicht. Sie können, kurz gesagt, an der 'Spitze' ansetzen und lassen sich zusammenfassen in dem Satz: *Es gibt keine ersten, unfehlbaren Grundsätze.* Sie können aber, gerade wenn es um einen Euklidianismus mit Anspruch auf Wirklichkeitsbeschreibung geht, auch den Fluß der Wahrheit 'nach unten' in Zweifel ziehen: *In den empirischen Wissenschaften gibt es keine endgültigen Beweise.* Dabei ist allerdings zu beachten, daß die (hier nur angedeuteten) Einwände gegen einen 'mechanischen' Euklidianismus ihre Überzeugungskraft zumindest teilweise erst der Tatsache verdanken, daß die 'Einsteinsche Revolution' und das Scheitern der mathematischen Begründungsprogramme nach der Jahrhundertwende die Problematik dieser wissenschaftstheoretischen Position in aller Klarheit vor Augen führten. Davon unberührt und interessant bleiben die Fragen, *ob* es eine Kritik des 'mechanischen' Euklidianismus 'von Innen' gab, *welche Gründe* ihr ggf. zugrunde lagen und *wie* sie die Wissenschaftsentwicklung (etwa als Bedingung der Möglichkeit für eine 'Revolution') beeinflußte.

Dieser Bericht will zur Beantwortung der beiden ersten Fragen beitragen. Im nächsten Teil wird ein strukturierender Überblick über den bisher kaum reflektierten Niedergang des Euklidianismus in der theoretischen Mechanik der *zweiten Hälfte* des 19. Jahrhrhunderts gegeben. Im dritten Teil werden unbeachtete Entwicklungen in der *analytischen* Mechanik der *ersten Jahrhunderthälfte* skizziert, die zu diesem Niedergang wesentlich beitrugen.

Metatheoretische Veränderungen in einer längst etablierten und hochdifferenzierten mathematischen Disziplin wie der theoretischen Mechanik des 19. Jahrhunderts sind nicht primär als 'Einflüsse' im Sinne klassischer Philosophiegeschichtsschreibung zu begreifen. Ihr Verständnis muß u.E. zunächst die Entwicklungsprobleme der Disziplin analysieren, deren Wahrnehmung, Definition und Lösung sich allerdings in Wechselwirkung mit 'äußeren' Faktoren vollzieht. Insofern handelt es sich hier um einen Beitrag zur Geschichte der Wissenschaftstheorie der (philosophisch reflektierenden) 'Praktiker' des fraglichen Zeitraums. Wissenschafts*historische* Zusammenhänge müssen aus Gründen der Umfangsbeschränkung ebenso ausgeblendet werden wie umfängliche Belege durch (und Verweise auf) die historischen Quellen, die dieser Darstellung zugrunde liegen.

2. Niedergang des 'mechanischen' Euklidianismus in der zweiten Jahrhunderthälfte

> On the three basic mathematical disciplines, Euclidian geometry, elementary arithmetic and classical dynamics, modern criticism of the first began in the eighteenth century, of the second in the late nineteenth, and criticis of the third entered [...] from the beginning of the present century.[3)]

Das Zitat belegt exemplarisch die 'Nachzüglerrolle', die der Mechanik in der Grundlagenkritik der mathematischen Wissenschaften gewöhnlich zugewiesen wird. Diese Zuweisung dürfte indes auch bei einem engen

Verständnis von 'moderner Kritik' nicht aufrecht zu erhalten sein. Ein 'Indikator' für die Kritik an der klassischen Mechanik und zugleich für die Auflösung ihres Euklidianismus ist die Beurteilung der den jeweiligen mechanischen Untersuchungen zugrundegelegten Axiome, seien dies die 'Newtonschen Bewegungsgesetze' (eine historisch problematische, aber immer noch übliche Bezeichnung) oder die Differential- bzw. Integralprinzipien der analytischen Tradition (Prinzip der virtuellen Geschwindigkeiten bzw. d'Alemberts Prinzip in der Lagrangeschen Form, Gauss' Prinzip, Prinzipien der kleinsten Wirkung). Folgender, zunächst als *bloße Phänomenbeschreibung* intendierter Überblick ergibt sich aus der Durchmusterung der Quellen:

Die Hauptvertreter der rationalen Mechanik des 18. Jahrhunderts waren zweifelsfrei Verfechter des Euklidischen Programms; ein Hinweis auf d'Alemberts programmatische Einleitung zum *Traité de Dynamique* (1743) und auf Lagranges Kennzeichnung der Mechanik als einer 'Geometrie mit vier Dimensionen' soll hier genügen. In Lagranges Hauptwerk, der *Méchanique Analitique* (1788), wird das Prinzip der virtuellen Geschwindigkeiten als 'eine Art Axiom' eingeführt, aus dem (in Verbindung mit d'Alemberts Prinzip) alle Gesetze der Statik und Bewegungslehre deduziert werden.[4] Der sich hier artikulierende Euklidianismus wirkte bis weit in das 19. Jahrhundert hinein und über Frankreich hinaus. "Die Mechanik verdient mit gleichem Rechte einen Platz in der reinen Größenlehre, als man die Geometrie dahin zu rechnen gewohnt ist. Sie hat, wie diese, ihre eigenthümlichen Grundsätze ... . Ihre Begriffe von Kraft und Bewegung sind eben der Evidenz fähig als Raum und Ausdehnung ...", sei hier stellvertretend ein deutsches Lehrbuch des frühen 19. Jahrhunderts zitiert, das sich bezeichnenderweise explizit an die französische Tradition anschließt.[5]

Es ist wichtig festzustellen, daß innerhalb dieser, die erste Jahrhunderthälfte dominierenden Tradition auch die besonders stark auf Erfahrungsorientierung und Wirklichkeitsbeschreibung sich berufende *Mécanique physique* der Laplace-Poissonschen Schule nicht vom euklidianistischen 'Pfad der Tugend' eines Lagrange abweicht. A. Comte bezieht sich in seinem *Cours des Philosophie positive* (1830) denn auch direkt auf Lagrange, dessen Mechanik ihm das Vorbild einer auf Erfahrung gegründeten, dabei strengen und exakten *Mathématique concrète* ist. Fragwürdig erscheint ihm nicht die Allgemeinheit und Sicherheit ihrer Prinzipien, sondern lediglich das Ansinnen (vgl. Teil 3), diese selber noch mathematisch beweisen zu wollen und dadurch ihren *positiven* Ursprung zu verdunkeln.

Der 'mechanische' Euklidianismus war zweifellos noch zu Beginn der zweiten Jahrhunderthälfte dominierend. "Die Sätze der Mechanik sind mathematisch darstellbar und tragen in sich dieselbe apodiktische Gewißheit wie die Sätze der Mathematik", bemerkt etwa E. Du Bois-Reymond gerade in jener Rede *Über die Grenzen des Naturerkennens* (1872), die mit dem berühmten "Ignorabimus" endet.[6] Diese Kennzeichnung ist zwar *noch* typisch für den Zeitraum, sollte aber nicht den Blick darauf verstellen, daß die *scientific community* (als Kollektiv betrachtet) bereits ein deutliches und lauter werdendes *Ignoramus* zum Status mechanischer Prinzipien vernehmen ließ. Auf der vorläufigen Beschreibungsebene zeigt sich dies darin, daß diese Prinzipien zunehmend gekennzeichnet wurden als bloße *Hypothesen* (B. Riemann, C. Neumann, H. Klein, L. Boltzmann u.a.), als vorläufige *Beschreibungen* (G.R. Kirchhoff, E. Mach u.a.), als *Bilder* (H. Hertz) oder als *Konventionen* (H. Poincaré). Gemeinsam ist allen Positionen, daß sie für die mechanischen Prinzipien weder Evidenz noch unbedingte Wahrheit beanspruchen und diese bis zu einem gewissen Grad (der durch theoretische Ansprüche wie Unabhängigkeit, Widerspruchsfreiheit, Vollständigkeit und mehr praktische Erfordernisse wie Einfachheit, Denkökonomie etc. bestimmt wird) *wählbar* sind. Stellvertretend führen wir Carl Neumann an:[7]

> Die Aufgabe der Mechanik kann also niemals darin bestehen, die im Universum stattfindenden Bewegungen direct auf *mathematische Notwendigkeit* zurückzuführen, sondern immer nur darin, jene Bewegungen mit mathematischer Consequenz aus irgend welchen *Hypothesen* abzuleiten, die alsdann ihrerseits als *unerklärlich*, *unbegreiflich*, als *willkürlich* zu bezeichnen sind.

Neumanns definitiv *nichteuklidianistisches* Verständnis der theoretischen Mechanik kann - fünfzehn Jahre nach Du Bois-Reymond - seinerseits als typisch für das ausgehende 19. Jahrhundert gelten. Die Frage ist, welche Gründe für den offenbaren Niedergang des 'mechanischen' Euklidianismus (wohlgemerkt: innerhalb des Kreises der mathematischen Physiker) beigebracht werden können. Die folgenden drei *Komplexe* dürften maßgeblich für jeden umfassenden Erklärungsversuch sein:

(A) Interne Grundlagenkritik: Gemeint ist eine an der 'Spitze', bei den Grundbegriffen der Mechanik ansetzende, im wesentlichen erkenntnistheoretisch orientierte Kritik von Seiten der (mathematischen) Physiker selber. Sie zielte im einzelnen ab auf den 'metaphysisch verdächtigen', daher zu reduzierenden oder zu eliminierenden Begriff der Kraft (v.a. B. de Saint-Venant 1851, Kirchhoff 1876, Mach 1883, Hertz 1894), im Zusammenhang damit auf die Zirkularität von Kraft- und Massendefinition (insbes. Mach 1868), auf die Voraussetzung eines absoluten Raumes und die Möglichkeit der Zeitmessung (C. Neumann 1869, publ. 1870; E. Mach 1868, publ. 1872, u.a.). Diese Kritik betraf die Grundlagen der Newtonschen Mechanik und löste eine Diskussion über den Status der 'Newtonschen' *leges motus* aus, die bis zur 'Einsteinschen Revolution' andauerte. Ihre wesentliches Ergebnis war wohl - bei allen verbleibenden erkenntnis- und wissenschaftstheoretischen Differenzen - die Einsicht, daß *Prinzipien* einer Theorie je nach Kontext unterschiedliche Funktionen wahrnehmen können und es nicht möglich ist, sie *isoliert* als wahre Sätze aufzufassen - also auch nicht möglich ist, aus ihnen *alleine* Wahrheit qua mathematischer Deduktion 'nach unten' zu übertragen - eine Einsicht, die später in Duhems 'holistischer' Theorieauffassung philosophisch artikuliert wurde.

(B) Verhältnis Mechanik - Physik: Dieser vielschichtigste der drei Komplexe umfaßt einerseits bekannte Probleme des klassischen Mechanismus (z.B. hinsichtlich der Äthertheorie, der Reduktion des 2. Hauptsatzes der Thermodynamik etc.), die geeignet waren, die Mechanik als Basis aller Naturbeschreibung in Frage zu stellen. "Die mechanische Naturansicht erscheint uns als eine historisch begreifliche, verzeihliche, vielleicht sogar auch vorübergehend nützliche, aber im ganzen doch künstliche Hypothese", bemerkte etwa E. Mach in seiner *Mechanik*.[8] Diese Entthronung der Mechanik wirkte sich natürlich auch auf das wissenschaftstheoretische Selbstverständnis aus und ließ, wie im Detail zu zeigen ist, insbesondere auch Zweifel an der Allgemeinheit und Sicherheit der mechanischen Prinzipien aufkommen.

Andererseits ist hier ein Aspekt zu nennen, der unseres Wissens nie näher untersucht wurde: Kants Diktum, 'daß in jeder besondern Naturlehre nur so viel eigentliche Wissenschaft angetroffen werden könne, als darin Mathematik anzutreffen ist', war eine (über seine Philosophie hinaus) *verbreitete* Auffassung des späten 18. Jahrhunderts. Sie verlieh der Mechanik (als einziger mathematisierter Naturwissenschaft der Zeit) eine *Exklusivität*, die in dem Maße schwand, als andere physikalische Disziplinen mathematisiert werden konnten (und zwar in *ganz verschiedener* Weise, wie etwa die Elektrodynamik zeigte) und einen axiomatisch-deduktiven Aufbau erhielten. *Mathematisierbarkeit* wurde notwendiger Bestandteil jeder physikalischer Theoriebildung, konnte aber nicht mehr als Garant der Gewißheit fungieren - in der 'Rückkoppelung' auch nicht (mehr) in der Mechanik selber.

(C) Verhältnis Mechanik - Geometrie: Die Möglichkeit nichteuklidischer Geometrien war bekanntlich erst durch die Publikation der berühmten Riemannschen Habilitationsschrift (1854, publ. 1867) ins wissenschaft-

liche Allgemeingut übergegangen und wurde in der Folgezeit (d.h.gerade der 'Wendezeit' für die Fundierung der klassischen Mechanik, s.o.) intensiv diskutiert. Der 'mechanische' Euklidianismus wurde hierdurch gleich in doppelter Hinsicht in Frage gestellt: zum einen 'direkt', indem die Mechanik die Euklidische Struktur des physikalischen Raumes in verschiedener Weise vorausgesetzt hatte. Die Möglichkeit anderer Raumstrukturen eröffnete auch die Möglichkeit auf andere als 'euklidische' klassische Mechaniken. Zum anderen wirkte diese Entdeckung 'indirekt', indem gerade anhand des Wissenschaftsideals der Mechanik (vgl. Teil 1) die Problematik eines *wissenschaftstheoretischen* Euklidianismus in aller Deutlichkeit exemplifiziert wurde. Hier ist als späte, aber wohl wichtigste *metatheoretische* Konsequenz der Poincarésche Konventionalismus zu nennen, der sich historisch zunächst geradezu durch die Ausbildung nichteuklidischer Geometrien legitimiert (1886 ff.) und in seiner weiteren Ausbildung (1897 ff.), anknüpfend insbesondere an H. Hertz, die Mechanik mit einbezieht und ihre allgemeinen Prinzipien ausnahmslos zu 'Konventionen' erklärt. Mit Hertz teilt Poincaré die Ansicht, daß die allgemeinsten Begriffe und Sätze einer mechanischen Theorie nicht aus der Erfahrung ableitbar sind, sondern 'das Werk der freien Tätigkeit unseres Verstandes' (H. Poincaré), über deren Wahrheit nichts ausgesagt werden kann. Lediglich auf der *untersten Ebene* der Erfahrungssätze kann über Wahrheit und Falschheit entschieden werden - im Sinne von Lakatos ein definitiv 'quasi-empirischer' Standpunkt.
Die drei angeführten Komplexe von Gründen für den Niedergang des 'mechanischen' Euklidianismus lassen zwei Hauptlinien erkennen: zunächst die *positivistische*, insbesondere *anti-axiomatische* und *anti-mechanistische* Kritik, dann deren *konventionalistische* Transformation, die sich hinsichtlich der Etablierung und Wahrheitsbewertung von Axiomen(systemen) als *anti-deterministisch* (es gibt stets alternative Möglichkeiten) und *anti-dezisionistisch* (kein Axiom ist entscheidbar 'wahr' oder 'falsch') kennzeichnen läßt. Durch diese Entwicklungen wird der 'mechanische' Euklidianismus destruiert, *bevor* die klassische Mechanik inhaltlich durch eine relativistische abgelöst wurde bzw. *werden konnte.*

3. Grundlegung der analytischen Mechanik in der ersten Jahrhunderthälfte

Euler, d'Alembert und v.a. Lagrange hatten der rationalen Mechanik eine *analytische* Richtung gegeben, die für das 19. Jahrhundert zweifellos bestimmend war. Bei der von d'Alembert erhobenen Forderung, den Geltungsbereich der Prinzipien auszudehnen und ihre Anzahl zu verringern, handelt es sich der *Intention* nach um eine besonders scharfe Ausprägung des 'mechanischen' Euklidianismus. Die *Realisierung* dieser Forderung, wie sie zunächst insbesondere Lagrange erreichte (vgl. Teil 2) war allerdings erkauft durch einen Formalisierungs- und Abstraktionszuwachs, der die analytische Mechanik in die Nähe der reinen Mathematik rückte. Die zugrundegelegten *analytischen* Prinzipien verloren dabei die Anschaulichkeit und Evidenz, die von mechanischen Axiomen im traditionellen Sinne erwartet werden konnten (und die den *Newtonschen* Bewegungsgesetzen zu *dieser* Zeit auch noch allgemein zuerkannt wurden). Lagrange selber hat dieses Problem gesehen. Seine Lösung bestand darin, die verlorengegangene Evidenz 'zurückzuholen', indem er das grundlegende Prinzip seiner Mechanik (nämlich das der virtuellen Geschwindigkeiten) zunächst auf intuitiv klarere Gesetze zurückzuführen versuchte und angeblich bewies, um es dann zum Ausgangspunkt aller folgenden Untersuchungen zu machen. Weitere Versuche, analytische Prinzipien nach diesem Vorbild zu beweisen, sind an der Jahrhundertwende Legion und belegen, wie stark ein unkritischer Euklidianismus die Mechanik beherrschte. Ein anderer Weg bestand darin, nach neuen, evidenteren analytischen Prinzipien Ausschau zu halten, die den bekannten an Allgemeinheit nicht nachstanden. "Es wird allezeit interessant und lehrreich bleiben, den Naturgesetzen einen neuen vortheilhaften Gesichtspunkt abzugewinnen, sei es, daß man aus demselben diese oder jene Aufgabe leichter auflösen kann, oder daß sich aus ihm eine besondere Angemessenheit offenbare", bemerkt etwa C.F. Gauß bei der Ankündigung seines 'Prinzips des kleinsten Zwanges'.[9] Er schlägt hier gewissermaßen einen *metatheoretischen Variationsprozeß* vor, bei dem es darum geht, durch neue mathematische Formulierungen zu jeweils 'angemessenen' Problembehandlungen zu kommen - wobei die Existenz einer 'globalen', für jedes Problem günstigsten Formulierung *nicht* angenommen wird. Diese Suche nach Alternativen, die Notwendigkeit der Klärung ihrer jeweiligen mathematischen Voraussetzungen und ihrer logischen Beziehungen untereinander waren wichtige innere Gründe, die dazu beitrugen, daß sich die analytische Mechanik in der ersten Hälfte des 19. Jahrhunderts *faktisch* zu einer Teildisziplin der reinen Mathematik entwickelte. Die Frage, wie eine solche Disziplin noch den Anspruch auf Naturbeschreibung und -erklärung erheben konnte, und die tiefergehende Frage, in welchem Sinne ihre Prinzipien überhaupt als Naturgesetze angesehen werden können, standen damit sozusagen 'latent' auf der Tagesordnung. Wir können hier nur (stark verkürzend) darlegen, wie das zweite Problem *innerhalb der analytischen Tradition* gesehen wurde: Es ist sehr bezeichnend, daß in der französischen Mathematik, die sich traditionell eher als mathematische Physik definierte, diese Frage keine Rolle spielte, weil auch die abstraktesten analytischen Prinzipien (zumeist: implizit oder andeutungsweise) als verallgemeinerte Beobachtungen verstanden und damit als Naturgesetze interpretiert wurden. Grundsätzlich nehmen zu diesen Fragen zuerst zwei nichtfranzösische 'Analytiker' Stellung, deren Arbeiten zur Mechanik in der Tradition Lagranges stehen: W.R. Hamilton in Irland und C.G.J. Jacobi in Deutschland. Die auf beide zurückgehende, sehr allgemein, formal und anwendungsfern konzipierte Hamilton-Jacobi-Theorie schließt die klassische Mechanik in gewisser Weise ab. Beiden gemeinsam ist ein Verständnis von Mathematik als *reiner*, erfahrungsunabhängiger Wissenschaft, das *bei beiden* seine Wurzel im deutschen Idealismus hat. Das französische (Gegen-)Beispiel zeigt, daß ein solches, deutlich zwischen nichtempirischen mathematischen Aussagen und Naturgesetzen unterscheidendes Verständnis von Mathematik entscheidend ist, um die Frage nach der Möglichkeit einer *abstrakten Mechanik als Naturwissenschaft* überhaupt klar zu formulieren.[10] Hamilton beruft sich in seinen Anschauungen zur Mechanik, wie übrigens auch zur 'Algebra as the Science of Pure Time', verschiedentlich auf Kant. Seine 'dualistische' Begründung der Mechanik, die eine 'a priorische, metaphysische' und eine 'a posteriorische, physische' Wissenschaft der Dynamik unterscheidet, stellt jedoch einen eigenwilligen und letztlich anachronistischen Lösungsvorschlag dar, denn die 'enge und wunderbare Verbindung' beider Wissenschaften sieht er schließlich in Gott begründet. Wir können diesen Grundlegungsversuch Hamiltons, der in der Konsequenz den Euklidianismus der älteren analytischen Tradition perpetuiert, hier nicht im einzelnen darlegen.[11]

Jacobi gilt in der Mathematikgeschichtsschreibung geradezu als Idealtypus des 'reinen' Mathematikers, der Anspruch auf die Zweckfreiheit und Autonomie seiner Wissenschaft erhebt. Die französische Mathematik seiner Zeit wird von ihm aufgrund ihrer starken physikalischen Orientierung hart kritisiert: 'Durch diese Tatsache wird nicht nur die reine Mathematik, sondern auch die Anwendung auf physikalische Fragen großen Schaden nehmen.' Seine Beschäftigung mit analytischer Mechanik verdankt sich *zunächst* auch rein mathematischen Interessen. Die 'Variation' analytischer Formulierungen (im obigen Sinne) trieb er dabei besonders weit. Erst in seiner *letzten* Vorlesung zur Mechanik, die er 1847/48 in Berlin hielt, setzte er sich grundsätzlich mit der Frage auseinander, wie der (von *ihm* mitgeschaffene) abstrakte Formalismus der analytischen Mechanik Anspruch auf Naturbeschreibung erheben kann. Von dieser Vorlesung existiert eine sorgfältige Nachschrift, die leider bis heute nicht ediert ist. Wir können hier nur einige leitende Gedanken darstellen.[11]

Helmut Pulte, Bochum

Jacobi wendet sich scharf gegen Lagranges unkritischen Euklidianismus, wie er in den Versuchen zum Ausdruck kommt, ersten mechanischen Prinzipien durch angebliche Beweise zu Evidenz zu verhelfen. Solche Prinzipien sind - hier beruft er sich auf Gauß - keines Beweises bedürftig und folglich *vorauszusesetzen*. In einem entscheidenden Punkt geht Jacobi jedoch über Gauß hinaus: Für Gauß gibt es zwei 'Fundamentalprinzipien' (das der virtuellen Geschwindigkeiten in Verbindung mit d'Alemberts Prinzip), in denen 'der Materie nach' alle alternativen Formulierungen enthalten sind. Die mathematische 'Variation' liefert nur neue 'Gesichtspunkte' dieser beiden zweifellos wahren Naturgesetze. Für Jacobi dagegen sind alternative *mathematische* Formulierungen (wie Hamiltons und Gauß' Prinzip, Prinzipien der kleinsten Wirkung) zunächst bloße 'symbolische Formen' oder 'symbolische Ausdrücke'. Wendet man aber einen solchen Symbolismus der Mathematik auf 'Etwas außer ihr', d.h. auf mechanische Systeme der äußeren Natur, an, spricht Jacobi von 'Conventionen': "... die Mathematik kann die Art, wie die Beziehungen eines Systems von Punkten Abhängigkeit veranlassen, sich nicht aus den Fingern saugen, sondern es wird hier wieder eine Convention in Form eines allgemeinen Prinzips eintreten."[12)]

In der Tat kennzeichnet Jacobi in der Folge alle mechanischen Prinzipien bis hin zum Trägheitsprinzip als 'Conventionen'. Er ist damit (lange vor Poincaré) unseres Wissens der erste überhaupt, der diesen Begriff in die mathematischen Wissenschaften einführt und zur Kennzeichnung von Grundgesetzen verwendet. Welche Bedeutung verbindet Jacobi mit dieser originellen Begriffsbildung? Eine kurze Charakterisierung umfaßt, wie an anderer Stelle gezeigt wird[13)], folgende Merkmale:

Jacobis 'Conventionen' sind (1) mathematisch formulierte, aber mathematisch nicht beweisbare Gesetze, die sich auf die Natur beziehen, die (2) der empirischen Prüfung durch die aus ihnen deduzierbaren Folgesätze *fähig* und (3) einer solchen Prüfung auch *bedürftig* sind. Sie werden (4) *gesetzt*, d.h. sind unter verschiedenen Alternativen wählbar, wobei (5) diese Wahl nicht willkürlich ist, sondern durch Einfachheits- und Plausibilitätsüberlegungen geleitet wird.

Es sind deutliche Parallelen, aber auch Unterschiede zu Poincarés Kennzeichnung von mechanischen Prinzipien als Konventionen erkennbar. Die Wählbarkeit erfordert eine nicht willkürliche, aber letztlich freie Entscheidung unter Alternativen. Jacobi sieht klar, daß diese Setzungen den Charakter 'versteckter Definitionen' haben können: Das Trägheitsprinzip *legt erst fest*, was eine Trägheitsbewegung sein soll - andere Festsetzungen wären (bei Erfüllung der angegebenen Bedingungen) ausdrücklich möglich.

Der wichtigste Unterschied zu Poincarés Konventionsbegriff ist, daß Jacobi grundsätzlich an der Möglichkeit einer (indirekten) empirischen Prüfung festhält. Eine solche Prüfung kann allerdings grundsätzlich nicht zu *Wahrheit*, sondern nur zu *Wahrscheinlichkeit* führen: Mechanische Prinzipien sind im besten Fall 'probabel', wie Jacobi sich ausdrückt. Sie sind also, und dies ist *hier* der wesentliche Punkt, für ihn nicht Resulate eines *sicheren* Induktionsprozesses und ebenfalls keine apriorischen Prinzipien. Die theoretische Mechanik wird bei Jacobi zu einer grundsätzlich fehlbaren Wissenschaft. Der *Bruch* mit dem Euklidianismus der älteren und beherrschenden analytischen Tradition vollzieht sich hier; zugleich deutet sich hier eine *Kontinuität* mit der Entwicklung der zweiten Jahrhunderthälfte an.

Diese Kontinuität ist in der Tat *genetischer* Art: Kirchhoff, Lipschitz, Riemann und C. Neumann - um nur die wichtigsten Namen zu nennen - wurden von Jacobis Ansichten beeinflußt. 'Unter der Oberfläche' hatte Jacobis *konventionale Mechanik* also durchaus ihre Wirkung. Der Grundlagenwandel der zweiten Jahrhunderthälfte, nur *scheinbar* spontan in seinem Auftreten (vgl. Teil 2), hat hier einen wichtigen Ausgangspunkt.

Helmut Pulte, Bochum

4. Schluß

Die *innere* Grundlagenkritik der klassischen theoretischen Mechanik ist also älter als ihr Ruf. Das heutige Verständnis der Disziplin kann leicht den Blick auf die Bedeutung dieser Kritik verstellen: Als einer wesentlich mathematischen Disziplin wurde ihr lange Zeit auch die mathematische Sicherheit einer Geometrie oder einer Arithmetik zuerkannt. Dieses *wissenschaftstheoriegeschichtliche* Faktum folgt nicht der klassischen *erkenntnistheoretischen* Einteilung Rationalismus-Empirismus und wurde als *Euklidianismus* präzisiert. Wir haben den Niedergang dieses 'mechanischen' Euklidianismus im späteren 19. Jahrhundert skizziert und Gründe hierfür aufgezeigt, deren Hauptlinien durch positivistische und konventionalistische Kritik gekennzeichnet sind. Wir haben anschließend darauf hingewiesen, daß Evidenzprobleme der analytischen Mechanik in der ersten Jahrhunderthälfte die mathematische Abstraktion und 'Variation' vorantrieben und dieser Zweig der Mechanik faktisch Teil einer *reinen Mathematik* wurde, die sich erst im Idealismus entfalten konnte und das Anwendungsproblem (anders als im älteren Rationalismus und Empirismus) den Vertretern einer solchen Mathematikauffassung klar vor Augen führte. Die von dem Mathematiker Jacobi angebotene Lösung einer *konventionalen Mechanik* ist der Versuch, die theoretische Mechanik seiner Zeit als Naturwissenschaft zu restituieren. Es handelt sich nicht um einen im Detail *artikulierten*, aber (besonders in der detaillierten Kritik des älteren Euklidianismus hervortretenden) *praktizierten* Konventionalismus. Jacobi, aber auch Poincaré selber legen die Frage nahe, ob der Konventionalismus 'ein spätes Kind der nichteuklidischen Geometrien' (W. Diederich) oder nicht allgemeiner 'ein vergessenes Kind der mathematischen Physik' genannt werden sollte.

Anmerkungen:

1) I. Newton, *Optik oder Abhandlung über Spiegelungen, Brechungen, Beugungen und Farben des Lichts.* Übers. und hg. von W. Abendroth. Leipzig 1898 (repr. Braunschweig/Wiesbaden 1983), S. 237 .(Orig.: *Opticks*, London [2]1717, Querry 31).

2) I. Lakatos, *Renaissance des Empirismus in der neueren Philosophie der Mathematik?*, in: Ders., Philosophische Schriften, Bd. 2. Hg. J. Worrall und G. Currie. Braunschweig/Wiesbaden 1982, 23-41, S. 27. Vgl. im folgenden auch die Beiträge *Die Methode der Analyse und Synthese* sowie *Unendlicher Regreß und Grundlagen der Mathematik* (ebd., 68-100 bzw. 3-22).

3) G.H. Whitrow, *On the Foundations of Dynamics*, in: Brit.Jour.Phil.Sci. 1(1950), 92-107, S. 92.

4) Zu d'Alembert s. T.L. Hankins, *Jean d'Alembert. Science and the Enlightenment.* Oxford 1970; zu Euler, Lagrange und Maupertuis s. H. Pulte, *Das Prinzip der kleinsten Wirkung und die Kraftkonzeptionen der rationalen Mechanik.* Stuttgart 1989.

5) I.I.A. Ide, *System der reinen und angewandten Mechanik fester Körper.* 2 Bde., Berlin 1802, Bd. 1, S. Vf.

6) E. Du Bois-Reymond, *Vorträge über Philosophie und Gesellschaft.* Hg. S. Wollgast. Berlin 1974, S. 55.

7) C. Neumann, *Grundzüge der analytischen Mechanik, insbesondere der Mechanik starrer Körper* (Teil 1), Ber. über die Verh. der Königl.-Sächs. Ges. der Wiss. zu Leipzig, Math.-Phys. Cl., 39(1887), 153-190, S.154.

8) E. Mach, *Die Mechanik, historisch-kritisch dargestellt.* Leipzig 1933 (9. Aufl.), S. 473.

9) C.F. Gauß, *Über ein neues allgemeines Grundgesetz der Mechanik*, in: Journal für die reine und angewandte Mathematik 4(1829), 232-235, S. 232.

10) Näheres hierzu bei T.L. Hankins, *Sir William Rowan Hamilton.* Baltimore/London 1980, S.172ff.,247ff..

11) Vgl. zum folgenden H. Pulte, *C.G.J. Jacobis Vermächtnis einer 'konventionalen' analytischen Mechanik: Vorgeschichte, Nachschriften und Inhalt seiner letzten Mechanik-Vorlesung* (im Druck).

12) *Vorlesungen über analytische Mechanik* (Berlin WS 1847/48, ausgearbeitet von W. Scheibner), S. 3f.; Näheres hierzu in Pulte (Anm. 11). Eine *Abschrift* befindet sich im Jacobi-Nachlaß des Akademie-Archivs (Berlin), Gr. III, Ms. B22.

13) S. Pulte (Anm. 11), Teil 3.2.