HISTORISCHES WÖRTERBUCH DER PHILOSOPHIE

Herausgegeben von
Joachim Ritter† und Karlfried Gründer

Onlineversion

Gesamtwerk

Schwabe & Co. AG · Verlag · Basel/Stuttgart

Historisches Wörterbuch der Philosophie online

10.24894/HWPh.7965.0692

Joachim RitterKarlfried GründerGottfried Gabriel

Kurzbeschreibung

Das Historische Wörterbuch der Philosophie (HWPh), im Zeitraum von 1971 bis 2007 unter Mitwirkung von mehr als 1500 Fachgelehrten entstanden, ist eines der umfassendsten, bedeutendsten und auch erfolgreichsten Publikationsprojekte der jüngeren deutschsprachigen Geisteswissenschaften. Im Gegensatz zu anderen Lexika oder Enzyklopädien basiert das HWPh nicht auf einer Geschichte philosophischer Ideen oder Probleme, sondern auf der Geschichte der philosophischen Begriffe. In 12 Textbänden sowie einem abschliessenden Registerband dokumentiert das Lexikon in 17144 Spalten und rund 6000 Artikeln anhand zahlreicher präziser Belege und Stellenangaben Herkunft und Genese von insgesamt 3670 philosophischen Begriffen und beschreibt den Wandel ihrer Bedeutung und Funktion von ihrem ersten Auftreten bis heute. Das Konzept der begriffsgeschichtlichen Methode macht sowohl synchronisch Stellung und Bedeutung einzelner Begriffe in bestimmten Epochen oder bei bestimmten Philosophinnen und Philosophen als auch diachronisch deren Bedeutungsveränderungen innerhalb der abendländischen Philosophiegeschichte nachvollziehbar. Um die spezifisch philosophische Begriffsarbeit im Kontext des gesamten Wissenschaftssystems zu veranschaulichen, werden zudem auch Begriffe aus angrenzenden Fachgebieten – Theologie, Psychologie, Pädagogik, Soziologie, Geschichte und Kunstgeschichte, Politik, Jurisprudenz, Medizin sowie aus den Naturwissenschaften – behandelt. Der Text des HWPh online weist gegenüber der Druckfassung mehr als 500 Berichtigungen von Korrigenda auf.

Bibliographische Angaben

Joachim Ritter/Karlfried Gründer/Gottfried Gabriel (Hg.)
Historisches Wörterbuch der Philosophie online
Schwabe Verlag
978-3-7965-3736-3

Historisches Wörterbuch der Philosophie online

Zuordnung; Abbildung

10.24894/HWPh.4985

Helmut Pulte

Zuordnung; Abbildung (engl. coordination, correspondence, map/mapping; frz. correspondance, application). Z. als die Herstellung fester Beziehungen zwischen Dingen und (oder) Begriffen, Zeichen, Symbolen tritt bereits in elementarsten gedanklichen Operationen wie dem Zählen [1] auf. Gleichwohl kommt es zu einer allgemeinen terminologischen Verwendung von ‹Z.› bzw. ‹Abbildung› erst in den Grundlagendiskussionen der Mathematik des 19. Jh.; im Anschluß hieran findet der Begriff ‹Z.› auch in der Philosophie eine stärkere und spezifischere Verwendung.

1. a) Während Funktionen im mathematischen Sinne [2] bis ins frühe 19. Jh. durch Angabe geschlossener analytischer Ausdrücke oder zusammenhängender Graphen bestimmbar schienen und ihre Stetigkeit (s.d.) von daher als verbürgt galt, machten Gegenbeispiele diesen Zusammenhang problematisch und erzwangen eine logische Präzisierung des Funktionsbegriffs sowie seine Lösung von ‘anschaulichen’ Darstellbarkeitsforderungen [3]. P. G. L. Dirichlet ist 1837 der erste, der Funktionen ganz unabhängig von ihrer Darstellbarkeit durch ein «gemeinsames Gesetz» oder einen kontinuierlichen Graphen im Sinne einer eindeutigen Beziehung jeder veränderlichen Größe eines Definitionsintervalls auf eine eindeutig bestimmte Größe eines Wertebereichs definiert («Entspricht nun jedem x ein einziges, endliches y ...») [4]. Umschreibt Dirichlet hier die durch eine Funktion hergestellte eindeutige Beziehung der Zahlen zweier Bereiche mit Hilfe des Begriffs ‘Entsprechung’ – N. Lobatschewski spricht etwas früher im gleichen Kontext von einer eindeutigen ‘Auswahl’ [5], und B. Bolzano verwendet in seinen Untersuchungen über unendliche Mengen für eineindeutige Beziehungen zwischen ihren Elementen den Ausdruck «Verbindung» [6] –, so findet sich später bei Dirichlet hierfür der Terminus «Abbildung» [7], der allerdings auf R. Dedekind zurückgehen dürfte [8]. Er wird von vornherein als eine Verallgemeinerung des Funktionsbegriffs ausgewiesen und soll letztlich eine geistige Fähigkeit bezeichnen, «ohne welche ein Denken überhaupt nicht möglich» ist und auf dem «die gesammte Wissenschaft der Zahlen» beruht [9]. Dedekind macht dann diesen Begriff – neben ‹System› (d.h. der Menge, s.d.) – zum zweiten Grundbegriff seiner Mengenlehre: «Unter einer Abbildung φ eines Systems S wird ein Gesetz verstanden, nach welchem zu jedem bestimmten Element s von S ein bestimmtes Ding gehört, welches das Bild von s heißt und mit $\varphi(s)$ bezeichnet wird; wir sagen auch, daß $\varphi(s)$ dem Element s entspricht, daß $\varphi(s)$ durch die Abbildung φ aus s entsteht oder erzeugt wird, daß s durch die Abbildung φ in $\varphi(s)$ übergeht» [10]. Implizit wird von ihm eine

Funktion als diejenige Abbildung aufgeführt, die *jedem* Element eines (Teil-)Systems $T \subset S$ ein Bild in $\varphi(T)$ zuweist [11]. Dedekind ist auch der erste, der eine Theorie der Abbildung in Angriff nimmt (Einführung und Untersuchung von identischen Abbildungen, von Abbildungskompositionen und von Abbildungseigenschaften wie «Ähnlichkeit» bzw. Injektivität [12]). G. Cantor verwendet in seiner Grundlegung der Mengenlehre (s.d.) ‹Abbildung› – offenbar beeinflußt von Dedekind – erst spät, beiläufig und in einem speziellen Sinne, nämlich als Sonderfall einer umkehrbaren und ordnungserhaltenden Z. geordneter Mengen aufeinander [13]. Vom Begriff ‹Z.› dagegen macht Cantor frühen und allgemeinen Gebrauch und bezeichnet die dabei bevorzugte bijektive, heute gewöhnlich ‘eineindeutig’ bzw. ‘umkehrbar eindeutig’ genannte Z. zwischen den Elementen abzählbarer Mengen noch als «eindeutig» [14]. Eben diese Z. benutzt er in seinen späteren Untersuchungen über die Mächtigkeit kontinuierlicher Mannigfaltigkeiten zur Definition der Gleichmächtigkeit [15] und der Formulierung seiner Kontinuumshypothese [16].

b) Zu einer expliziten Zusammenführung von ‹Abbildung› und ‹Z.› und einer weiteren Verallgemeinerung kommt es dann innerhalb der Tradition der ‘Algebra der Logik’ (s.d.) durch die Ausbildung einer Logik der Relative. Im Anschluß an Ch. S. Peirce und unter direkter Bezugnahme auf die Untersuchungen Cantors und besonders Dedekinds nutzt E. Schröder diese Logik für eine Formalisierung der Grundbegriffe der Arithmetik und Mengenlehre [17]. Jedes «binäre Relativ» (bzw. jede zweistellige Relation [18]) als eine Menge geordneter Paare kann nach Schröder auch, wenn man Abbildung «im weitesten Sinne des Wortes» nimmt, als eine Abbildung bzw. – synonym gebraucht – «als eine ... Z.» aufgefaßt werden, womit insbesondere auch «mehrdeutige» Abbildungen bzw. Z.en eingeschlossen sind [19]. Dedekinds Begriff der Abbildungwird in Schröders neuer «Nomenklatur der Abbildungen» als «eindeutige Abbildung» (bzw. Z.) bezeichnet; eine solche eindeutige Abbildung, die *jedem* Element der Ausgangsmenge ein Element der Zielmenge zuordnet, bezeichnet er als «Funktion»; ist die Eindeutigkeit auch für die konverse Abbildung gegeben, spricht er von einer «auch umgekehrt eindeutigen Z.» [20].

c) Ungeachtet des von G. Frege gegen den Terminus ‹Z.› geltend gemachten Einwandes («Wenn mein Gedanke richtig ist, dass die Arithmetik ein Zweig der reinen Logik sei, so muß für ‘Zuordnung’ ein rein logischer Ausdruck gewählt werden. Ich nehme dafür ‘Beziehung’» [21]), setzen sich im Zuge der Rezeption der Theorie der Relationen [22] die Bezeichnungen ‹Abbildung› und ‹Z.› in der Mathematik des 20. Jh. rasch durch. Beide werden auch heute gewöhnlich synonym gebraucht, wobei die Verwendung von ‹Abbildung› dominiert [23]. Gewöhnlich werden Abbildungen mit zweistelligen bzw. binären Relationen zwischen zwei Mengen identifiziert [24]. Abweichend vom «exakten Sprachgebrauch», wonach eine Funktion als spezielle, nämlich eindeutige Abbildung aufzufassen ist [25], wird zuweilen auch die Funktion mit der Abbildung im weiteren Sinne identifiziert, wie die Rede von «mehrdeutigen Funktionen» belegt [26]. Umgekehrt wird die Abbildung heute wieder zunehmend in einem eingeschränkten Sinne als eine *eindeutige* Relation verstanden und mit der

Funktion gleichgesetzt [27] – wohl auch, um eine Doppelung der Begriffe ‹Abbildung› (bzw. ‹Z.›) und ‹(zweistellige) Relation› für die gleiche Sache zu vermeiden. Eine zweistellige Relation, die die Elemente ein und derselben Menge einander zuordnet, wird als ‹Ordnung› (in bzw. auf dieser Menge) bezeichnet [28].

2. Ausgehend von der mathematischen Grundlagendiskussion findet ‹Z.› ab dem ausgehenden 19. Jh. breite Verwendung. Symptomatisch hierfür erscheint W. Ostwalds emphatische, mit expliziter Bezugnahme auf die mathematische Begriffsbildung getroffene Feststellung: «Die ganze Methodik sämtlicher Wissenschaften beruht auf der mannigfaltigsten und vielseitigsten Verwendung des Zuordnungsverfahrens» [29]. Auch innerhalb der Philosophie wird der Begriff von verschiedenen Richtungen aufgegriffen, wofür formal die ihm von der Mathematik verliehene Allgemeinheit, inhaltlich die Absicht, eine bestimmte Art der Bezugnahme von Begriffen bzw. Zeichen auf Erfahrung herauszustellen, maßgeblich sein dürften:

a) In der Tradition des Neukantianismus entwickelt H. von Helmholtz in seiner – bis auf das Jahr 1852 zurückverfolgbaren [30] – Zeichentheorie die Vorstellung, daß die Wahrnehmung uns ein «Zeichen», aber kein «Abbild» der äußeren Realität liefert, und zwar in dem Sinne, daß sie keine Ähnlichkeiten, sondern nur eindeutige Beziehungen zwischen äußerem Objekt und innerem Zeichen vermittelt. Dies impliziert, daß «das gleiche Object immer das gleiche Zeichen mit sich führt» [31], aber eben im allgemeinen nicht umgekehrt. Diese für die 'Bildtheorie' von H. Hertz und L. Wittgenstein einflußreich gewordene Vorstellung [32] wird u.a. von E. Cassirer mit Hilfe des Begriffs der Z. weiterentwickelt: Cassirer hält mit Helmholtz [33] dafür, daß die Z. der «Mannigfaltigkeit der Empfindungen» und der «Mannigfaltigkeit der wirklichen Gegenstände» so beschaffen ist, daß gesetzmäßige Verknüpfungen zwischen jenen auf diese nach dem Vorbild der mathematischen Isomorphie (s.d.) übertragen werden, und sieht darin eine «Bedingung der Begreiflichkeit der Phänomene» [34]. Wenn Cassirer bereits früh die Bedeutung des Relationsbegriffs und den «fundamentaleren Gedanken der 'Funktionalität'» [35] für die Philosophie betont, bezieht er sich zugleich auf die Entwicklung der Mengenlehre wie auch auf die Algebra der Logik [36], sucht aber von dorther auch die naturwissenschaftliche und letztlich alle Begriffsbildung an eine bestimmte «Form der Reihenbildung» [37] zu binden, wobei die «gedankliche Z.» zur begrifflichen Einheit führen soll [38]. Identität ist daher nicht als eine solche «substantialer Dinge» zu verstehen, sondern als «Identität funktionaler Ordnungen und Zuordnungen» [39]. Helmholtz' 'Isomorphie-Annahme' tritt bei Cassirer in Gestalt der transzendentalen Voraussetzung auf, daß ein allgemeines «Gesetz der Z.» für jede Reihung angegeben werden könne [40]. Daneben kommt der Begriff der Z. im Neukantianismus besonders akzentuiert auch in der Urteilslehre von B. Bauch zur Anwendung [41].

b) M. Schlick bezieht sich kritisch sowohl auf die neukantianische als auch die phänomenalistische Tradition [42], wenn er ‹Z.› zu einem zentralen Begriff seiner ‹Allgemeinen Erkenntnislehre› macht:

Begriffe sind Zeichen [43], und das Bezeichnen ist «eine Z. ..., und nur das ist für die Erkenntnislehre wesentlich» [44]. Im Denken, so konstatiert er auch mit Berufung auf Dedekind, «gibt es ... gar keine andere 'Beziehung' als die Z.»; die einzige Denkbeziehung ist «die Z. oder Bezeichnung» [45]. Helmholtz' Forderung nach Konstanz der Zeichen formuliert Schlick als Forderung nach Eindeutigkeit der Z. [46]. Diese Eindeutigkeitsforderung überträgt sich als Wahrheitskriterium auch auf Urteile («ein Urteil, das einen Tatbestand eindeutig bezeichnet, heißt wahr» [47]) und führt Schlick zu der Schlußfolgerung: «Eindeutigkeit ist die einzige wesentliche Tugend einer Z., und da Wahrheit die einzige Tugend der Urteile ist, so muß die Wahrheit in der Eindeutigkeit der Bezeichnung bestehen, zu welcher das Urteil dienen soll» [48]. Schlicks Untersuchungen zum Begriff der Z. finden u.a. in den erkenntnistheoretischen Überlegungen A. Einsteins einen Nachklang [49]; über Einsteins sog. 'Lochbetrachtung' (Hole argument') zur Allgemeinen Relativitätstheorie (s.d.) sind sie des weiteren auch wissenschaftlich wirksam geworden und haben auf die Ausbildung der formalen Semantik des logischen Empirismus gewirkt [50]. Einflußreich für den logischen Empirismus wurde auch seine Anbahnung des Begriffs ‹Zuordnungsdefinition› (s.d.).

Anmerkungen

[1] Vgl. Art. ‹Zahl; Zählen›.

[2] Vgl. Art. ‹Funktion I.›. Hist. Wb. Philos. 2 (1972) 1138–1140, bes. 1139.

[3] A. P. Youschkevitch: The concept of function up to the middle of the 19th cent. Arch. Hist. exact Sciences 16 (1976/77) 37–85; K. Th. Volkert: Die Krise der Anschauung. Eine Studie zu formalen und heurist. Verfahren in der Math. seit 1850 (1986) bes. 62–79.

[4] P. G. L. Dirichlet: Über die Darst. ganz willkürl. Functionen durch Sinus- und Cosinusreihen (1837). Werke 1, hg. L. Kronecker (1889) bes. 135f.; vgl. auch: H. Hankel: Unters. über die unendlich oft oscillirenden und unstetigen Functionen (1870). Mathemat. Annalen 20 (1882) 63–112, bes. 67f.

[5] N. Lobatschewsky: Über die Konvergenz trigonometr. Reihen [Russ.], in: Wiss. Studien der Univ. Kasan 2 (1834); zit. nach: Youschkevitch, a.O. [3] 77; Enzykl. der Elementarmath. 1 (1954) 70.

[6] B. Bolzano: Paradoxien des Unendlichen § 20 (1848), hg. F. Přihonský (1851) 28; vgl. § 13, a.O. 13f.

[7] P. G. L. Dirichlet: Vorles. über Zahlentheorie (1856/57), hg. R. Dedekind (1863, ^{3}1879) 469f. (Suppl. XI, § 163).

[8] R. Dedekind: Vorwort zu: Dirichlet: Vorles. ..., a.O. VII–VIII; vgl. auch: H.-G. Steiner: Aus der Geschichte des Funktionsbegriffs. Der Math.unterricht 15 (1969) 13–39, bes. 25 (Anm. 23); zum Abbildungsbegriff in der Funktionentheorie vgl. bereits: H. A. Schwarz: Ueber einige Abbildungsaufgaben. Journal für die reine und angewandte Math. 70 (1869) 105–120.

[9] Dirichlet, a.O. [7] 470 (Anm.).

[10] R. Dedekind: Was sind und was sollen die Zahlen? (1887, ^{10}1965), in: Was sind und was sollen die Zahlen? – Stetigkeit und Irrationale Zahlen § 2 (1965) 5; vgl. IIIf. (Vorwort).

[11] a.O.

[12] a.O. 5f.; §§ 3. 9, a.O. 7–13. 27–32; hierzu auch: J. Dieudonné: Abrégé d'hist. des math. 1700–1900 (Paris 1978); dtsch.: Geschichte der Math. 1700–1900 (1985) 399–401.

[13] G. Cantor: Beiträge zur Begründung der transfiniten Mengenlehre (1895/97), in: Ges. Abh. mathemat. und philos. Inhalts, hg. E. Zermelo (1932) 2–356, bes. 297.

[14] Über eine Eigenschaft des Inbegriffes aller reellen algebraischen Zahlen (1874), a.O. 115–118, hier: 115.

[15] Ein Beitrag zur Mannigfaltigkeitslehre, a.O. 119–133, hier: 119; Über unendl. lineare Punktmannigfaltigkeiten (1879–84), a.O. 139–251, bes. 141.

[16] Vgl. Art. ‹Kontinuum; Kontinuität IV.›. Hist. Wb. Philos. 4 (1976) 1057–1062, hier: 1062.

[17] Vgl. V. Peckhaus: Logik, Mathesis universalis und allg. Wissenschaft. Leibniz und die Wiederentdeckung der formalen Logik im 19. Jh. (1997) 272–283.

[18] Vgl. hierzu auch: Art. ‹Relation V.›. Hist. Wb. Philos. 8 (1992) 606–611.

[19] E. Schröder: Vorles. über die Algebra der Logik III, 1 (Leipzig 1895, ND New York 1966) 553.

[20] a.O. 568; zur Kritik der Schröderschen Terminologie in bezug auf Namen (Vorles. ... 1 (1890) 38–79) vgl. E. Husserl: [Rez.] Schröders Vorles. über die Algebra der Logik (Exakte Logik) I (1890). Gött. Gel. Anzeigen (1891) 243–278, bes. 250; zur Kritik dieser Kritik vgl. G. Frege: Ausführungen über Sinn und Bedeutung (1892–1895), in: Nachgel. Schr., hg. H. Hermes u.a. (^{2}1983) 128–136, bes. 134f.

[21] Vgl. G. Frege: Grundgesetze der Arithmetik. Begriffsgeschichtlich abgeleitet 1–2 (1893/1903, ND 1962), hg. Ch. Thiel (ND 1998) 1, 3.

[22] Vgl. Dieudonné, a.O. [12].

[23] Vgl. J. Naase/H. L. Schmid (Hg.): Mathemat. Wb. 1–2 (1961) 1, 1 (Art. ‹Abbildung›); 2, 919 (Verweis ‹Z.›).

[24] a.O. 1, 486f. (Art. ‹Relation›).

[25] 1, 1.

[26] 1, 13; vgl. auch: a.O. 1, 1.

[27] Vgl. H. Meschkowski: Mathemat. Begriffswb. (1965) 13 (Art. ‹Abbildung›). 86 (Verweis ‹Funktion›); vgl. auch: H. Zieschang: Lineare Algebra und Geometrie (1997) 29 (Def. 2. 1.18).

[28] Vgl. Art. ‹Ordnung IV.›. Hist. Wb. Philos. 6 (1984) 1303–1309.

[29] W. Ostwald: Grundriß der Naturphilos. (1908) 94; vgl. 88–91.

[30] Vgl. G. Schiemann: Wahrheitsgewißheitsverlust. H. von Helmholtz' Mechanismus im Anbruch der Moderne (1997) 238–246.

[31] Vgl. etwa: H. von Helmholtz: Die neueren Fortschritte in der Theorie des Sehens (1868), in: Vortr. und Reden 1 (^{5}1903) 265–365, bes. 322; Die Thatsachen in der Wahrnehmung (1878), a.O. 2, 213–247, bes. 222.

[32] Vgl. Art. ‹Bild, logisches›. Hist. Wb. Philos. 1 (1971) 920f.; vgl. hierzu auch: U. Majer: Hertz, Wittgenstein und der Wiener Kreis, in: H. J. Dahms (Hg.): Philos., Wiss., Aufklärung. Beitr. zur Gesch. und Wirkung des Wiener Kreises (1985) 40–66, bes. 50f.

[33] Vgl. Helmholtz: Thatsachen ..., a.O. [31] 222f.

[34] E. Cassirer: Substanzbegriff und Funktionsbegriff (1910, ND 1994) 404f.; näher hierzu: T. A. Ryckman: Conditio sine qua non? Z. in the early epistemologies of Cassirer and Schlick. Synthese 88 (1991) 57–95, bes. 69f.

[35] Kant und die mod. Math. Kantstudien 12 (1907) 1–49, bes. 7. Ges. Werke, hg. B. Recki 9 (2001) 37–82; vgl. Art. ‹Funktion II.›. Hist. Wb. Philos. 2 (1972) 1140f.

[36] a.O. 3–21.

[37] a.O. [34] 19.

[38] Vgl. a.O. 47.

[39] 431.

[40] 21; vgl. 220. 350f. 356f.

[41] B. Bauch: Wahrheit, Wert und Wirklichkeit (1923) 138–153, bes. 144f.

[42] Vgl. E. Mach: Die Mechanik, hist.-krit. dargest. (1883, ^{9}1933, ND 1982) 458–461; J. Petzoldt: Das Gesetz der Eindeutigkeit. Vjschr. wiss. Philos. 19 (1895) 146–203, hier: 168; Einf. in die Philos. der reinen Erfahrung 1 (1900) bes. 39.

[43] M. Schlick: Allg. Erkenntnislehre § 5 (1918) 18.

[44] a.O. 20.

[45] § 39, a.O. 326.

[46] § 10, a.O. 56; vgl. bereits: Das Wesen der Wahrheit nach der mod. Logik. Vjschr. wiss. Philos. Soziol. 34 (1910) 386–477, hier: 472; zu Schlicks Helmholtz-Rezeption vgl. M. Friedman: Helmholtz's Zeichentheorie and Schlick's Allg. Erk.theorie: Early logical empiricism and its 19th-cent. background. Philos. Topics 25 (1997) 19–50.

[47] a.O.; vgl. Das Wesen der Wahrheit, a.O. 466.

[48] 58.

[49] Vgl. etwa: A. Einstein: Physik und Realität (1936), in: Aus meinen späten Jahren (1952, ^{2}1953, ND 1984) 63–106, bes. 64f.

[50] Vgl. D. Howard: Einstein and Eindeutigkeit: A neglected theme in the philos. background to general relativity, in: J. Eisenstaedt/A. J. Kox (Hg.): Studies in the hist. of general relativity (Boston u.a. 1992) 154–243; Relativity, Eindeutigkeit, and monomorphism: R. Carnap and the development of the categoricity concept in formal semantics, in: R. N. Giere/A. W. Richardson (Hg.): Origins of log. empiricism (Minneapolis/London 1996) 115–164.

Literaturhinweise

E. Boutroux: Sur la notion de correspondance dans l'analyse math. Rev. Mét. Morale 12 (1904) 909–920. – P. Hausmeister: Z. und Kausalität. Annalen Naturphilos. 6 (1907) 434–442. – T. A. Ryckman s. Anm. [34].